

# COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE POUR LES SYSTEMES NON LINEAIRES INCERTAINS

F. KHABER\*, A. HAMZAOUI\*\*

\* Département d'Electrotechnique, Université Ferhat ABBAS de Sétif , 19000 SETIF ALGERIE  
jfkhaber@yahoo.fr

\*\* I.U.T. de Troyes, Département GMP, 9 rue du Québec, 10026 Troyes Cedex France  
hamzaouia@iut-troyes.univ-reims.fr

## RESUME

Dans cet article, une approche combinant la commande adaptative classique et la commande floue, est utilisée pour prendre en charge des systèmes non linéaires incertains. En effet les descriptions linguistiques décrivant le fonctionnement du système sont incorporées dans le contrôleur. Les paramètres de ce dernier sont ajustés par des lois d'adaptation appropriées. Pour garantir la stabilité des systèmes en boucle fermée, dans le sens que tous les signaux impliqués sont uniformément bornés, la conception du contrôleur est faite selon la synthèse de Lyapunov.

L'algorithme ainsi développé est appliqué pour réaliser une commande en poursuite d'un pendule inversé. Les simulations sont réalisées sous l'environnement MATLAB 5.3.

## 1. INTRODUCTION

Un contrôleur adaptatif flou est construit à base d'un ensemble de règles floues de la forme (IF – THEN), ses paramètres sont ajustés on-line selon quelques lois d'adaptation [2], [3], [17], [19]. Dans la conception de ces contrôleurs adaptatifs flous, la stabilité du système, dans le sens que tous les signaux impliqués soient uniformément bornés, est basée sur la synthèse de Lyapunov [16], [18]. L'originalité de cette approche est d'incorporer des règles linguistiques dans le contrôleur. Ce qui permet d'accroître la vitesse d'adaptation et d'améliorer l'erreur en régime permanent [6], [7].

En général, les contrôleurs adaptatifs flous sont construits suivant les étapes suivantes :

- (i) Construction du contrôleur initial basé sur les descriptions linguistiques données par les experts humains sous la forme de règles flous (IF - THEN).
- (ii) Développement des lois d'adaptation pour ajuster on-line les paramètres du contrôleur flou.

Pour mettre en évidence les capacités du contrôleur adaptatif flou conçu, il a été utilisé pour réaliser une commande en poursuite d'un pendule inversé.

## 2. APPROXIMATION FLOUE

Il a été démontré que les systèmes flous, utilisant le singleton fuzzifier, le produit d'inférence, et la défuzzification par centre de gravité, sont capables d'approximer n'importe quelle fonction réelle continue dans un ensemble compact avec une

précision arbitraire donnée [6], [15].

La base des règles flous est construite par une collection de règles linguistiques de la forme :

$$R^{(l)} : \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } F_2^l \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l \\ \text{THEN } y \text{ is } G^l ; l = 1, \dots, M ,$$

$M$  étant le nombre de règles.

La sortie du système flou est donnée par :

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (1)$$

où

$x = [x_1, \dots, x_n]^T$  est l'entrée du système flou ;

$\bar{y}^l$  est l'abscisse où la fonction  $\mu_{G^l}(y)$  atteint son maximum. En écrivant la relation (1) sous une forme plus compacte, on obtient

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (2)$$

où

$\theta = [\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M]^T$  est un vecteur de paramètres ;

$\xi(x) = [\xi^1(x), \dots, \xi^M(x)]^T$  sont les fonctions floues de base dont l'élément  $\xi^l(x)$  est défini par :

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (3)$$

### 3. POSITION DU PROBLEME

Considérons un système non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (4)$$

qui peut se mettre sous la forme équivalente :

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \quad (5)$$

où,  $f$  et  $g$  sont des fonctions continues inconnues,  $u \in \mathbf{R}$  et  $y \in \mathbf{R}$  sont l'entrée et la sortie du système respectivement, et

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathbf{R}^n$$

le vecteur d'état du système qui est supposé observable . Pour que (1) soit contrôlable il faut que  $g(x) \neq 0$  ; avec  $x \in U_c, U_c \subset \mathbf{R}^n$

( $U_c$ : Région de contrôlabilité) ;  $g(x)$  est une fonction continue, on suppose que  $g(x) > 0$  pour  $x \in U_c$  . L'objectif de la commande est de forcer la sortie  $y$  à suivre un signal de référence borné  $y_m(t)$ , sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés. Plus spécifiquement il s'agit de déterminer la commande par retour d'état  $u = u(x/\theta)$  et une loi d'adaptation pour ajuster les paramètre du vecteur  $\theta$  tel que :

Le système en boucle fermée soit globalement stable et robuste dans le sens que tous les signaux  $x(t)$ ,  $\theta(t)$  et  $u(x/\theta)$ , soient uniformément bornés, c'est à dire que  $|x(t)| \leq M_x < \infty$ ,  $|\theta(t)| \leq M_\theta < \infty$  et  $|u(x/\theta)| \leq M_u < \infty$  pour  $t \geq 0$ , où  $M_x, M_\theta$  et  $M_u$  sont des paramètres spécifiés par le concepteur;

(ii) L'erreur de poursuite,  $e = y_m - y$ , devrait être la plus petite possible sous la contrainte (i).

Pour commencer, on considère le signal d'erreur  $e = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$  et le vecteur de gain  $k = (k_n, \dots, k_1)^T \in \mathbf{R}^n$  telles que toutes les racines du polynôme caractéristique  $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$  soient dans le demi-plan gauche (système stable).

Si les fonctions  $f$  et  $g$  sont connues ; alors la loi de commande a la forme suivante [13]:

$$u = \frac{1}{g(x)} [-f(x) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (6)$$

ce qui donne :

$$e^n + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (7)$$

qui implique que  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  qui est l'un des objectifs de la commande.

Si  $f$  et  $g$  sont inconnues, on les approxime par les systèmes flous, de la forme (1),  $\hat{f}(x/\theta_f)$  et  $\hat{g}(x/\theta_g)$ , respectivement. La commande dans ce cas sera :

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(x/\theta_g)} [-\hat{f}(x/\theta_f) + y_m^{(n)} + k^T e] \quad (8)$$

En appliquant (8) à (5) on trouve :

$$\dot{e}^{(n)} = -k^T e + [\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)] + [\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)]u_c \quad (9)$$

qui est équivalent à :

$$\dot{e} = A_c e + b_c \{ [\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)] + [\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)]u_c \} \quad (10)$$

où

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & -k_1 \end{bmatrix}; b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Tant que ( $|sI - A_c| = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \dots + k_n$  est stable ( $A_c$  stable), on sais qu'il existe une matrice symétrique définie positive  $P(n \times n)$  unique qui satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (12)$$

où  $Q$  est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions  $n \times n$ .

soit  $V_e = \frac{1}{2} e^T P e$ , la fonction de lyapunov , alors en utilisant (10) et (12) on a :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} = -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \times \\ & \{ [\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)] + [\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)]u_c \} \end{aligned} \quad (13)$$

Pour que  $x_i = y_m^{(i-1)} - e^{(i-1)}$  soit borné, on exige que  $V_e$  soit bornée, qui signifie que  $\dot{V}_e \leq 0$  lorsque  $V_e$  est supérieur à une importante constante  $\bar{V}$  . Cependant, de (13) on voie qu'il est très difficile de concevoir  $u_c$  tel que le dernier terme de (13) soit négatif. Pour résoudre ce problème, on ajoute un autre terme de commande [18],  $u_s$ , à  $u_c$ .

La nouvelle commande résultante est alors :

$$u = u_c + u_s \quad (14)$$

Ce nouveau terme ( $u_s$ ) est, un contrôle de

surveillance appelé superviseur.

En substituant (14) dans (5), on obtient la nouvelle équation de l'erreur :

$$\dot{e} = \Lambda_c e + b_c \left[ \hat{f}(x/\theta_f) - f(x) + b_c \left[ \hat{g}(x/\theta_g) - g(x) \right] u_c - g(x) u_s \right] \quad (15)$$

En utilisant (15) et (12) on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c \times \left[ \left( \hat{f}(x/\theta_f) - f(x) \right) + \left( \hat{g}(x/\theta_g) - g(x) \right) u_c - g(x) u_s \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + |e^T P b_c| \times \left[ \left| \hat{f}(x/\theta_f) \right| + |f(x)| + \left| \hat{g}(x/\theta_g) u_c \right| + |g(x) u_c| \right] \\ &\quad \left[ \left| \hat{f}(x/\theta_f) \right| + |f(x)| + \left| \hat{g}(x/\theta_g) u_c \right| + |g(x) u_c| \right] - e^T P b_c g(x) u_s \end{aligned} \quad (16)$$

Pour concevoir la commande  $u_s$  tel que le dernier terme de (16) soit négatif, on a besoin de connaître les limites des fonctions  $f$  et  $g$ . Pour ce faire on considère la supposition suivante :

### 3.1 supposition 1

On détermine  $f^u(x)$ ,  $g^u(x)$  et  $g_L(x)$  tels que  $|f(x)| \leq f^u(x)$  et  $g_L(x) \leq g(x) \leq g^u(x)$  pour  $x \in U_c$ , où  $f^u(x) < \infty$ ,  $g^u(x) < \infty$  et  $g_L(x) > 0$ .

Sachant ces limites, le superviseur  $u_s$  est choisi comme suit [18] :

$$u_s = I_1^* \operatorname{sgn} \left( e^T P b_c \right) \frac{1}{g_L(x)} \times \left[ \left| \hat{f}(x/\theta_f) \right| + f^u(x) + \left| \hat{g}(x/\theta_g) u_c \right| + |g^u(x) u_c| \right] \quad (17)$$

où  $I_1^* = 1$  si  $V_e > \bar{V}$ ,  $I_1^* = 0$  si  $V_e \leq \bar{V}$ , et  $\operatorname{sgn}(y) = 1(-1)$  si  $y \geq 0 (< 0)$ .

En substituant (17) dans (16) et en considérant le cas  $V_e > \bar{V}$ , on à :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e + |e^T P b_c| \times \left[ \left| \hat{f} \right| + |f| + \left| \hat{g} u_c \right| + |g u_c| \right] \\ &\quad - \frac{g}{g_L} |e^T P b_c| \times \left[ \left| \hat{f} \right| + f^u + \left| \hat{g} u_c \right| + |g^u u_c| \right] \leq -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

La prochaine étape consiste à remplacer  $\hat{f}$  et  $\hat{g}$  par leurs expressions floues données par (1).

Soient les paramètres optimaux suivants [18],

$$\theta_f^* = \min \left[ \sup_{x \in U_c} \left| \hat{f}(x/\theta_f) - f(x) \right| \right] \quad (19)$$

$$\theta_g^* = \min \left[ \sup_{x \in U_c} \left| \hat{g}(x/\theta_g) - g(x) \right| \right] \quad (20)$$

et l'erreur minimale d'approximation

$$w = \left[ \hat{f}(x/\theta_f^*) - f(x) \right] + \left[ \hat{g}(x/\theta_g^*) - g(x) \right] u_c \quad (21)$$

avec  $\hat{g}(x/\theta_g) > 0$ .

L'équation dynamique de l'erreur peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \Lambda_c e - b_c g(x) u_s + b_c \times \\ &\quad \left[ \left( \hat{f}(x/\theta_f) - \hat{f}(x/\theta_f^*) \right) + \left( \hat{g}(x/\theta_g) - \hat{g}(x/\theta_g^*) \right) u_c + w \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Si  $\hat{f}$  et  $\hat{g}$  sont du type (1), alors (22) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \Lambda_c e - b_c g(x) u_s + b_c w \\ &\quad + b_c \left[ \Phi_f^T \xi(x) + \Phi_g^T \xi(x) u_c \right] \end{aligned} \quad (23)$$

où :  $\Phi_f = \theta_f - \theta_f^*$ ,  $\Phi_g = \theta_g - \theta_g^*$ , et  $\xi(x)$  représente les fonctions floues de base (3).

Considérons la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_1} \Phi_f^T \Phi_f + \frac{1}{2\gamma_2} \Phi_g^T \Phi_g \quad (24)$$

où :  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des constantes positives.

La dérivé de  $V$  par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e^T Q e - g(x) e^T P b_c u_s + e^T P b_c w \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \left[ \dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T P b_c \xi(x) \right] \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \left[ \dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c \right] \end{aligned} \quad (25)$$

avec  $\dot{\Phi}_f = \dot{\theta}_f$ ,  $\dot{\Phi}_g = \dot{\theta}_g$ .

A partir de (17) et  $g(x) > 0$  on a :

$$g(x) e^T P b_c u_s \geq 0.$$

Si on choisit les lois d'adaptation [2], [18]

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) \quad (26)$$

et

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 e^T P b_c \zeta(x) u_c \quad (27)$$

alors, à partir de (25) on a :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P b_c w \quad (28)$$

Le terme  $e^T P b_c w$  est de l'ordre de  $w$ , qui est négligeable devant l'erreur  $e$ . Ce qui permet de conclure que la loi de commande synthétisée garantit la stabilité du système au sens de Lyapunov ( $\dot{V} \leq 0$ ).

Le schéma synoptique de synthèse de la loi de commande est donné par la figure 1.

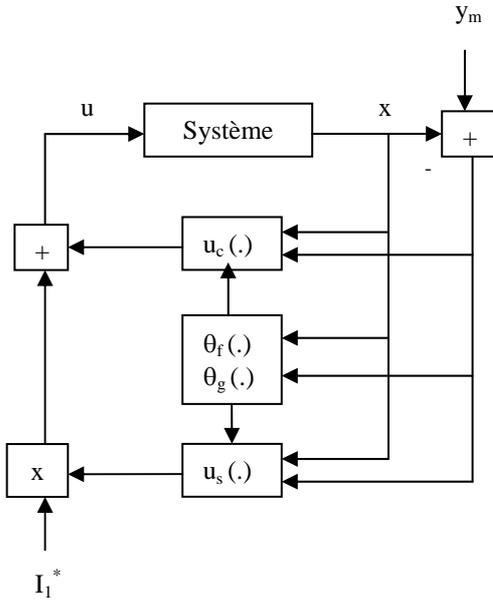


Figure 1: Synthèse de la loi de commande adaptative floue.

### 3.2 Supposition 2

On dispose de descriptions linguistiques pour les fonctions inconnues  $f$  et  $g$  sous la forme :

$$\begin{aligned} R_f^{(r)} : IF x_1 \text{ is } A_1^r \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^r \text{ and... and } x_n \text{ is } A_n^r \\ \text{THEN } f(x) \text{ is } C^r \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} R_g^{(s)} : IF x_1 \text{ is } B_1^s \text{ and } x_2 \text{ is } B_2^s \text{ and... and } x_n \text{ is } B_n^s \\ \text{THEN } g(x) \text{ is } D^s \end{aligned} \quad (30)$$

avec  $A_i^r, B_i^s, C^r$  et  $D^s$  sont des ensembles flous dans  $R$ ,  $r = 1, 2, \dots, L_f$  et  $s = 1, 2, \dots, L_g$ .

## 4. ALGORITHME

Dans cette partie,  $\hat{f}(x/\theta_f)$  et  $\hat{g}(x/\theta_g)$  sont de la

forme (1).

### Etape 1 : processus autonome

- spécifier les  $k_i, i = \overline{1, n}$ , telles que les racines de  $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n = 0$  soient dans le demi-plan gauche. Spécifier une matrice  $Q$  symétrique définie positive.
- résoudre l'équation de Lyapunov, pour obtenir la matrice symétrique  $P > 0$ .
- spécifier les paramètres  $M_f, M_g, \varepsilon$  et  $\bar{V}$ , basés sur des contraintes pratiques.

### Etape 2 : conception du contrôleur initial

- définir les  $m_i$  ensembles flous  $F_i^{l_i}$  dont les fonctions d'appartenances sont  $\mu_{F_i^{l_i}}$ , où  $l_i = 1, 2, \dots, m_i$  et  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- construire les bases de règles floues de base pour les systèmes  $\hat{f}(x/\theta_f)$  et  $\hat{g}(x/\theta_g)$ , chacune consiste en  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$  règles dont les parties IF comprennent toutes les combinaisons possibles des  $F_i^{l_i}$ .

Spécifiquement les règles floues de base de  $\hat{f}$  et  $\hat{g}$  sont constituées de règles de la forme :

$$\begin{aligned} R_f^{(l_1, \dots, l_n)} : IF x_1 \text{ is } F_1^{l_1} \text{ and } x_2 \text{ is } F_2^{l_2} \text{ and... and } x_n \text{ is } F_n^{l_n} \\ \text{THEN } \hat{f}(x/\theta_f) \text{ is } G^{(l_1, \dots, l_n)} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} R_g^{(l_1, \dots, l_n)} : IF x_1 \text{ is } F_1^{l_1} \text{ and } x_2 \text{ is } F_2^{l_2} \text{ and... and } x_n \text{ is } F_n^{l_n} \\ \text{THEN } \hat{g}(x/\theta_g) \text{ is } H^{(l_1, \dots, l_n)} \end{aligned} \quad (32)$$

où

$l_i = 1, 2, \dots, m_i, i = 1, 2, \dots, n$ , et  $G^{(l_1, \dots, l_n)}, H^{(l_1, \dots, l_n)}$  sont des ensembles flous dans  $R$

- construction des fonctions flous de base

$$\xi^{(l_1, \dots, l_n)}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{m_1} \dots \sum_{l_n=1}^{m_n} \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^{l_i}}(x_i) \right)} \quad (33)$$

les fonctions  $\hat{f}(x/\theta_f)$  et  $\hat{g}(x/\theta_g)$  sont construites comme suit :

$$\hat{f}(x/\theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \quad (34)$$

$$\hat{g}(x/\theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \quad (35)$$

### Etape 3 : Adaptation on line

- Appliquer la commande par retour d'état (14) au système (4), où  $u_c$  est donnée par (8),  $u_s$

est donnée par (17),  $\hat{f}$  et  $\hat{g}$  sont donnée par (34) et (35) respectivement.

- Utiliser les lois d'adaptation suivantes pour ajuster le vecteur de paramètres  $\theta_f$

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) & \text{si } (|\theta_f| < M_f) \text{ ou} \\ & (|\theta_f| = M_f \text{ et } e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) \geq 0) \\ -\gamma_1 e^T P b_c \xi(x) + \gamma_1 e^T P b_c \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(x)}{|\theta_f|^2} & \\ & \text{si } (|\theta_f| = M_f \text{ et } e^T P b_c \theta_f^T \xi(x) < 0) \end{cases} \quad (36)$$

Utiliser les lois d'adaptation suivantes pour ajuster le vecteur de paramètres  $\theta_g$ .

- pour le vecteur  $\theta_g$  : chaque fois qu'un élément  $\theta_{gi}$  de  $\theta_g$  est proche de zéro  $\theta_g = \varepsilon$  utiliser :

$$\dot{\theta}_{gi} = \begin{cases} -\gamma_2 e^T P b_c \xi_i(x) u_c & \text{si } e^T P b_c \xi_i(x) u_c < 0 \\ 0 & \text{si } e^T P b_c \xi_i(x) u_c \geq 0 \end{cases} \quad (37)$$

où  $\xi_i(x)$  est le  $i^{eme}$  composant de  $\xi(x)$ .

- Sinon, utiliser :

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} \gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c & \text{si } (|\theta_g| < M_g) \text{ ou} \\ & (|\theta_g| = M_g \text{ et } e^T P b_c \theta_g^T \xi(x) u_c \geq 0) \\ -\gamma_2 e^T P b_c \xi(x) u_c + \gamma_2 e^T P b_c \frac{\theta_g \theta_g^T \xi(x) u_c}{|\theta_g|^2} & \\ & \text{si } (|\theta_g| = M_g \text{ et } e^T P b_c \theta_g^T \xi(x) u_c < 0) \end{cases} \quad (38)$$

## 5. EXEMPLE DE SIMULATION

Il s'agit de développer un contrôleur adaptatif flou pour commander un pendule inversé dont la description est donnée par la figure 1.

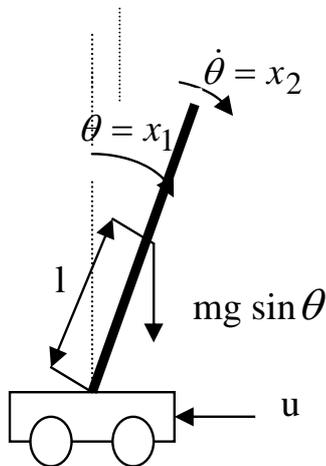


Figure 2: Pendule inversé

L'équation dynamique du pendule inversé est donnée par [18] :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} u \end{aligned}$$

avec  $x_1 = \theta$  et  $x_2 = \dot{\theta}$ .

où

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$	la gravité universelle.
$m_c = 1 \text{ kg}$	la masse du chariot.
$m = 0.1 \text{ kg}$	la masse du pendule.
$l = 0.5 \text{ m}$	la longueur du pendule.

### 5.1 Paramètres d'initialisation

Le signal de référence  $y_m(t) = \frac{\pi}{30} \sin(t)$ .

Les limites des fonctions  $f$  et  $g$  sont  $f^U(x_1, x_2) = 15.78 + 0.0366 x_2^2$ ,  $g_L(x_1, x_2) = 1.12$

$g^{U(x_1, x_2)} = 1.46$ .

Les états et la commande

$$|x_1| \leq \pi/6, |x_2| \leq \pi/6 \text{ et } |u| \leq 180.$$

En plus les constantes  $M_f = 16$ ,  $M_g = 1.6$ ,  $\varepsilon = 0.7$ ,  $\gamma_1 = 50$ ,  $\gamma_2 = 1$  et  $\bar{v} = 0.267$ .

### 5.2 Mise en œuvre de l'algorithme

On considère le vecteur de gain  $k = [2 \ 1]$  assurant la stabilité du système. La résolution de l'équation de Lyapunov donne (pour  $Q = \text{diag}(10, 10)$ )

$$P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

Les fonctions d'appartenance sont choisies de forme gaussiennes ( $m_1 = m_2 = 5$  et  $i = 1, 2$  et  $j = 1, \dots, 5$ ).

$$\mu_{F_i^j}(x_i) = \exp \left[ - \left( \frac{x_i + \pi/6 - (j-1)\pi/12}{\pi/24} \right)^2 \right]$$

### 5.3 Résultats de simulation

Les variations, en fonction du temps, de l'angle  $\theta(t)$  et de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}(t)$  sont représentées, pour deux conditions initiales différentes, par les figures 3 et 4.

Les figures 3 et 4 mettent en évidence les capacités du contrôleur conçu sur un pendule inversé. En effet, ce régulateur est capable d'assurer la poursuite en un temps très court ( $\approx 3$  s) avec une erreur de poursuite très faible. (moins de 2%).

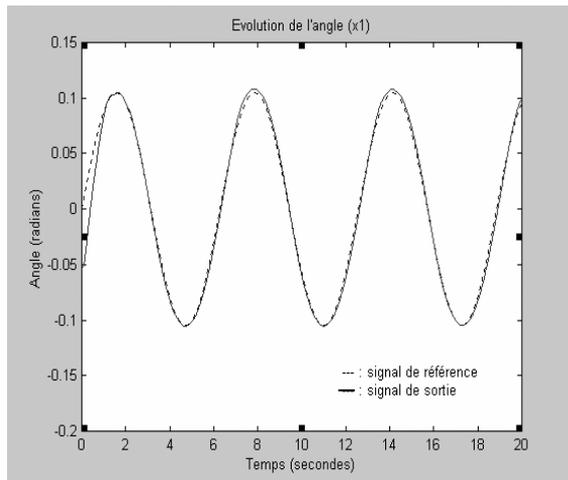


Figure 3: Evolution de l'angle ( $x_1$ ) pour les conditions initiales ( $x_1=-\pi/60$ ,  $x_2=0$ )

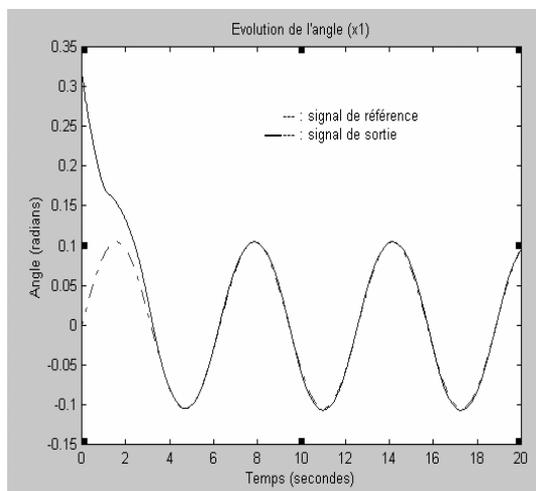


Figure 4: Evolution de l'angle ( $x_1$ ) pour les conditions initiales ( $x_1=-\pi/10$ ,  $x_2=0$ ).

## 6. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons développé un contrôleur flou adaptatif indirect, qui (i) ne nécessite pas un modèle mathématique du système sous contrôle, (ii) est capable d'incorporer directement des règles floues IF-THEN décrivant le fonctionnement du système, et (iii) garantit la stabilité globale du système en boucle fermée dans le sens que tous les signaux impliqués soient uniformément bornés. Le contrôleur ainsi développé est utilisé pour une commande en poursuite d'un pendule inversé. Les résultats de simulation obtenus montrent que (i) le contrôleur flou adaptatif peut réaliser une bonne poursuite sans aucune information linguistique, et (ii) l'incorporation de quelques règles floues dans le contrôleur permet d'améliorer la vitesse d'adaptation et l'erreur de poursuite.

## REFERENCES

[1] H. Bühler «Réglage par logique floue», Presses universitaires polytechniques romandes, Suisse

- 1994.
- [2] B.S. Chen, H.J. Uang, and C.S. Tseng "Robust tracking enhancement of robot systems including motor dynamics : A fuzzy-based dynamic game approach," IEEE Trans. Fuzzy Syst. vol. 6, pp. 538-552, Nov. 1998.
- [3] R. Hartani, H.T. Nguyen et B. Bouchon- Meunier, "Sur l'approximation universelle des systèmes flous," RAIRO-APII-JESA, vol. 30, n°5, pp. 645-663 , 1996.
- [4] A. Isidori, Nonlinear Control Systems. Springer – Verlag London, 1995.
- [5] A. Isidori, Nonlinear Control Systems II. Springer –Verlag London, 1999.
- [6] F. Khaber, A. Hamzaoui, K. Benmahammed & J.L. Sculfort, "Contrôle flou et stabilité d'un portique avec masse suspendue," CNR-IUT 09-10 juin 2000.
- [7] F. Khaber, A. Hamzaoui, K. Benmahammed, "Commande floue d'un système non linéaire," CIP'2001, 09-11 juin 2001.
- [8] H.K. Khalil, Nonlinear Systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [9] B.B. Kook and W. Chul Ham, "Adaptive Control of Robot Manipulator Using Fuzzy Compensator," IEEE trans. on Fuzzy Systems, vol. 8, n° 2, April 2000, pp. 718-737.
- [10] C.C. Lee, "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller—Part I and II," IEEE Trans. Syst. Man. Cybern. Vol. 20, no. 2, pp. 404-435, 1990.
- [11] H. Lee and M. Tomizuka , "Robust adaptive control using a universal approximator for SISO nonlinear systems," IEEE Trans. Fuzzy Syst. vol. 8, no. 1, pp. 95-106, Feb. 2000.
- [12] C. Melin et B. Vidilov « Stabilisation de systèmes par des contrôleurs flous (Partie I) ,» RAIRO-APII-JESA, vol. 30, n°5, pp. 679-705, 1996.
- [13] S.S. Sastry and M. Bodson, Adaptive Control : Stability, Convergence and Robustness. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [14] J.E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [15] L. X. Wang, "Fuzzy Systems are universal Approximators," IEEE trans. on Fuzzy Systems, vol. 5, n° 8, May 1992, pp. 1164-1173
- [16] L.X. Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems," IEEE Trans. Fuzzy Syst. vol. 1, pp. 146-155, 1993.
- [17] L. X. Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis," Englewood Cliffs. NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [18] L. X. Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Pendulum Tracking," IEEE trans. on Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics. Vol. 26, n° 5, October 1996, pp. 677-691.
- [19] L. X. Wang, "A Course in Fuzzy Systems and Control," Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1997.