

ETUDE NUMERIQUE DU FLAMBAGE DES COQUES CYLINDRIQUES AXISYMETRIQUES SOUS COMPRESSION AXIALE ASSOCIEE A L'EFFET DE LA PRESSION INTERNE

M. CHALANE, R. CHEBILI

Université de Biskra, BP145 Biskra, 07000, Algérie

chaalane.2008@yahoo.fr

RESUME

Face aux difficultés éprouvées par les scientifiques sur le sujet du flambage des coques, depuis plusieurs décennies, sur l'influence des différents paramètres pour le dimensionnement des coques minces. Ce travail est porté sur l'effet de la pression interne sur les coques cylindriques minces soumises à la compression axiale. Nous étudierons d'abord quelles sont les conséquences de celle-ci sur l'évolution des charges de bifurcation pour des coques parfaites, Puis nous présenterons l'effet des défauts axisymétriques localisés ayant une forme parabolique sans et avec pression interne sur le flambage. L'analyse de charge critique est conduite au moyen du calcul numérique, en utilisant l'élément SHELL63 du code ANSYS.

MOTS CLES: Coques cylindriques, charges de compression, pression, imperfection, instabilité.

1 INTRODUCTION

Les premières études analytiques sur une coque cylindrique parfaite sous compression axiale et pression interne menées par Flügge ou Yamaki, montrées que la contrainte classique de compression classique reste valable. Jusqu'au début des années 40, la théorie de Flügge, basée sur des coques parfaites, concluait que l'effet de la pression sur la charge critique était négligeable. Cependant, quelques années plus tard des essais réalisés au centre de Langley du NACA ([01], 1945) ont montré que la pression a un effet renforçant et confirmé que la charge critique augmente dès les basses pressions, jusqu'à atteindre un plateau vers $0,6 \sigma_{CL}$.

Après Dow et Peterson ([02], 2004) ont éprouvé le contraire, que la contrainte classique peut effectivement être obtenue avec une pression interne. L'étude de référence dans le domaine a été menée 1965 par Seide, Weingarten et Morgan, qui effectuent une vaste campagne (près de 800 essais) sur des coques en Mylar possédant différents R/t ([03], 2001). Le Mylar possède une limite de linéarité très haute, leur permettant d'enchaîner les essais à différentes pressions sur une même coque sans l'endommager. D'autres études ont été menées sur des coques métalliques pressurisées, notons Brown et Rea ([04], 1942) ou encore Saal et al. ([05], 1946), mettant en avant le gain substantiel de charge apporté par la pression interne, jusqu'au rapprochement de la charge classique. Limam ([06], 1991) dans sa thèse, a testé différentes coques. Chaque coque a été soumise à une séquence d'essais différente, afin de pouvoir étudier l'influence de défauts distincts. En 2006 Rotter ([07], 2006) a montré que les régions proches des conditions aux limites deviennent sujettes à de fortes

contraintes de flexion, pouvant créer une rotule plastique et ainsi accélérer l'effondrement de la structure, l'instabilité est alors de type point limite, créant un soufflet ou « patte d'éléphant ».

Pour l'effet des imperfections géométriques sur le flambage de coques pressurisées sous compression a été étudié analytiquement par Hutchinson ([08], 1981), où il a montré que le gain de charge critique avec la pression est bien moins rapide dans le cas purement axisymétrique et les imperfections axisymétriques sont bien plus pénalisantes que les imperfections asymétriques. Suite à ces résultats et à la constatation que la plupart des structures coques du génie civil comportent des imperfections axisymétriques localisées, Teng et Rotter ([09], 2009) étudient numériquement le comportement de coques pressurisées imparfaites. Trois types de défauts sont étudiés: l'imperfection sinusoïdale généralisée de Koiter, et le défaut proposé par Rotter et Teng (représentant les soudures présentes sur les structures réelles orienté soit vers l'intérieur, soit vers l'extérieur de la coque. Nous avons vu différentes campagnes d'essais montrant l'influence bénéfique de la pression interne sur le comportement au flambage des coques cylindriques minces. La pressurisation peut cependant accélérer le flambage dans certains cas. Ce travail est focalisé d'abord sur les conséquences de celle-ci sur l'évolution des charges de bifurcation pour des coques parfaites, l'effet des défauts axisymétriques localisés ayant une forme parabolique (proposé par Khamlichi et al.[9]) sans et avec pression interne sur le flambage.

2 THEORIE DU FLAMBEMENT DES COQUES CYLINDRIQUES SOUS COMPRESSION AXIALE

Soit une coque cylindrique de rayon r , d'épaisseur t , et de longueur L . Cette coque est soumise à une charge axiale de compression F_x , comme présenté sur la figure suivante.

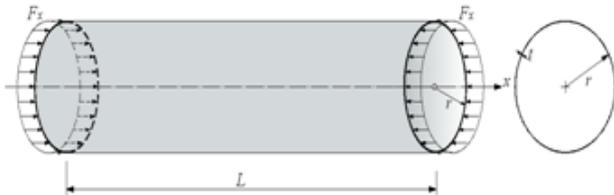


Figure 01 : Coque Cylindrique Sous Compression Axiale

- Lorenz (1908) et Timoshenko (1910) ([10], 2005) ont donnés l'équation gouvernante du flambement axisymétrique d'une telle coque comme suit :

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + F \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{Et}{r^2} w = 0 \quad (1)$$

Avec ;

X la coordonnée axiale, w la déformation radiale et D la rigidité flexionnelle :

Où

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

E est le module d'Young et ν coefficient de poisson.

La solution exacte proposée pour l'équation différentielle du quatrième ordre, pour une coque cylindrique très longue et des conditions aux limites non considérées, ou bien pour une coque cylindrique simplement appuyée qui possède une longueur L , dans lequel L est un multiple de demi-onde sinusoidale m dans le sens longitudinale, la solution prend la forme suivante :

$$w = C \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (2)$$

Où C est une constante.

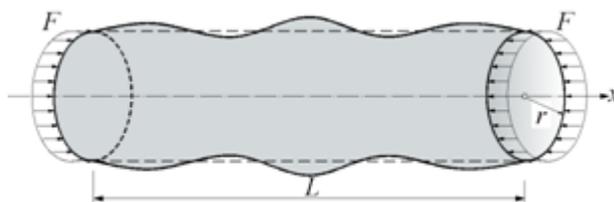


Figure 02: Charge Critique du Flambement Axisymétrique d'une Coque Cylindrique

En remplaçant la solution w dans l'équation (1), on obtient la force de flambement F_f .

$$F_f = D \left[\alpha^2 + \frac{Et}{\alpha^2 r^2 D} \right] \quad (3)$$

Laquelle dépend clairement de $\alpha = \frac{m\pi}{L}$. En prenant la condition stationnaire de l'équation

(3) en ce qui concerne α donne :

$$\alpha_0 = \left[\frac{Et}{r^2 D} \right]^{1/4} \quad (4)$$

Nous prenons α_0 et on la remplace dans l'équation. (3) nous aurons la charge critique du flambement qui est ;

$$F_{cr} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{Et^2}{r} \right)$$

C'est l'expression de la charge critique de flambement, obtenue au début du siècle par Lorenz, Timoshenko et Southwell ([11], 1914) ([13], 1987) ([14], 2014).

3 RÉSULTAT NUMÉRIQUE

Après l'évènement de l'informatique, les logiciels de simulation par éléments finis sont très puissants et permettent aux utilisateurs de modéliser tout type de structure numériquement et étudier leur comportement physique sous des sollicitations tout aussi complexes c'est souvent le cas pour les problèmes de flambage.

Le travail numérique proposé ici sur l'effet de la pressurisation sur la charge critique d'une coque cylindrique mince élastique soumise à la compression axiale est conduit au moyen d'une analyse en éléments finis en utilisant l'élément SHELL 63 du code ANSYS.

3.1 Modèle numérique

SHELL63 est un élément quadrilatéral a quatre nœuds et six degrés de liberté par nœud (déplacements UX, UY, UZ et rotations du vecteur normal ROTX, ROTY, ROTZ), pouvant travailler en membrane (compression/extension dans son plan) et en flexion. Cet élément est capable d'être utilisé pour les calculs des contraintes pour des grandes déformations, et peut être aussi utilisé pour les matériaux isotrope et orthotrope.

Des pressions peuvent être entrées en tant que charges de surface sur les faces de l'élément. Les pressions des bords sont entrées en tant que force par unité de longueur. La

charge de pression latérale peut être une charge d'élément équivalente appliquée aux nœuds ou répartie sur la face de l'élément.

La géométrie, les localisations des nœuds et les coordonnées du système sont représentés dans la figure suivante :

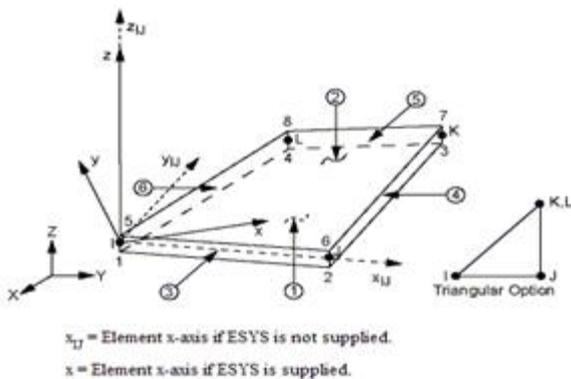


Figure 03: La géométrie de l'élément SHELL63

3.2 Analyse de coque cylindrique parfaite sous chargement axiale

On considère une coque cylindrique mince soumise à des efforts uniformes de compression axiale. La coque est de rayon $r=5000\text{mm}$, de longueur $L=2r$ et d'épaisseur $t=20\text{mm}$ afin que le rapport $r/t=250$ nous place dans le cas des coques minces et donc sensibles aux défauts de forme. Les

Tableau 01 : Détermination de la charge critique par ANSYS

Mode	Nbr éléments	Direction circonférentiel	Direction axial	Direction radial	Charge critique théorique (Mpa)	Charge critique ANSYS (Mpa)	Ecart (%)
01	20 000	100	200	1	10167,82	10154	0,13

D'Après les résultats qui présentés dans le tableau 1, on peut dire que le calcul par éléments finis conduit par un outil numérique comme ANSYS performant pour l'étude de la stabilité des coques minces de manière beaucoup plus aisée qu'une approche purement analytique et le modèle utilisé SHELL63 est capable de définir parfaitement les charges critiques.

3.3 Pressurisation des coques cylindriques parfaites sous compression axiale

Le premier test est d'abord effectué à pression nulle, puis onze essais s'enchaînent avec une pression interne progressivement croissante jusqu'à 50 Mpa.

La figure 05 représente l'évolution de la charge critique avec la mise en pression pour les différents essais.

caractéristiques mécaniques du matériau supposé parfaitement élastique sont les suivantes : Module de Young $E = 210\,000\text{MPa}$, coefficient de Poisson $\nu = 0.3$

La coque cylindrique est maillée avec 160 éléments SHELL 63 sur la circonférence et 200 sur la hauteur. La géométrie considérée est parfaite, afin de ne pas prendre en compte l'effet des défauts. Le rayon de la coque est de 5000 mm, et sa hauteur égale à 10000 mm et d'épaisseur de 20 mm. La structure est supportée par le bas, ce qui limite les déplacements dans les trois directions, et dans la partie supérieure de la coque seule la direction axiale est autorisée. La charge est appliquée axialement. La coque cylindrique soumise à une charge uniformément répartie comme indiqué dans la figure 04. Les résultats trouvés sont présentés au tableau 01.

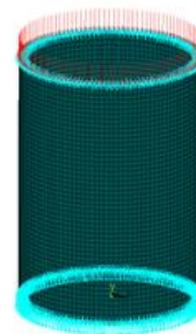


Figure 04: Coque cylindrique mince maillée avec l'élément SHELL 63

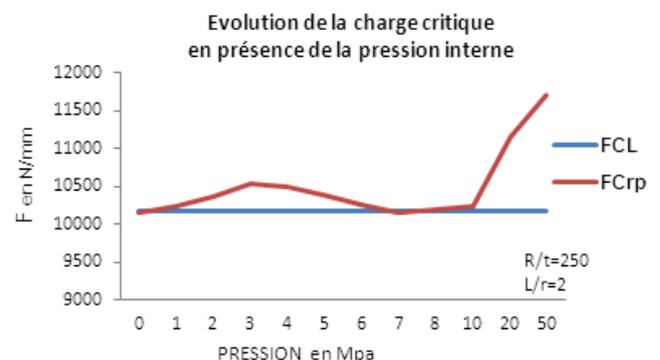


Figure 05 : Effet de la pression sur les charges de flambage en compression axiale

Avec FCrp est la Charge critique trouvée par ANSYS pour coque cylindrique pressurisé sous compression interne et

FCL est la charge classique d'EULER.

A partir de notre étude, différents types de comportements sont observés: Les premières valeurs de pression $\leq 7\text{MPa}$ présentent des caractéristiques identiques: comportement linéaire suivi d'une bifurcation d'équilibre entraînant l'effondrement du cylindre comme indiqué sur la Figure 06.

La mise en pression augmente la charge critique dès les basses pressions, le flambage par bifurcation d'équilibre est caractérisé par un comportement pré-critique parfaitement linéaire et fortement instable jusqu'à atteindre un seuil vers $P=3\text{MPa}$ (Figure 05). Lorsque la pression dépasse le seuil, la coque va avoir tendance à se déformer radialement auprès aux conditions des limites, comme indiqué sur la Figure 07.

Les contraintes de flexion qui apparaissent près des conditions aux limites, où les déplacements radiaux sont empêchés, créant un soufflet ou « patte d'éléphant » ([07], 2006) (Figures 07), vont perturber l'état d'équilibre qui précède le flambage, l'instabilité est alors de type point limite.

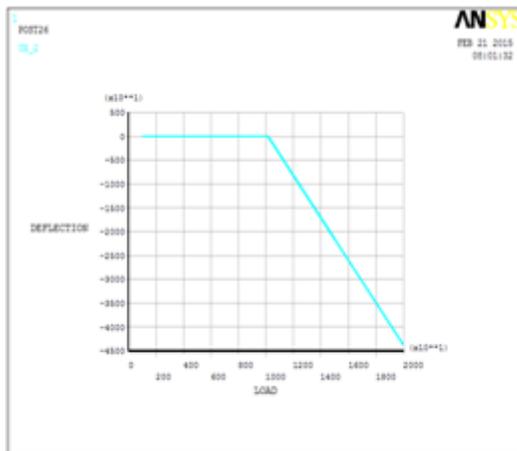


Figure 06 : Courbe charge-déplacement pour coque cylindrique pressurisée ($P_r=7\text{Mpa}$) sous chargement axial

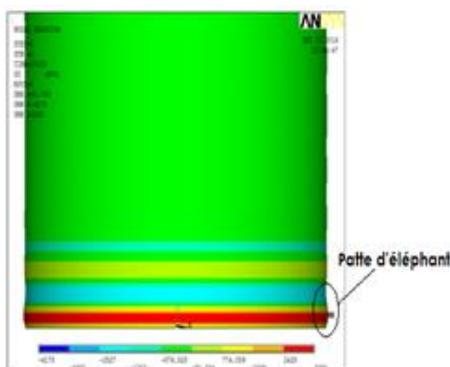


Figure 07 : Contrainte de flexion pour coque cylindrique sous compression axiale (avec pression= 7 Mpa)

Pour des pressions plus élevées ($P \geq 8\text{MPa}$), la coque est gonflée comme présenté dans la figure 09 et le

comportement post-critique instable est inhibé (figure 08), ce qui nous conduit à conclure que le « gonflement » de la coque va donc améliorer la capacité portante de cette structure.

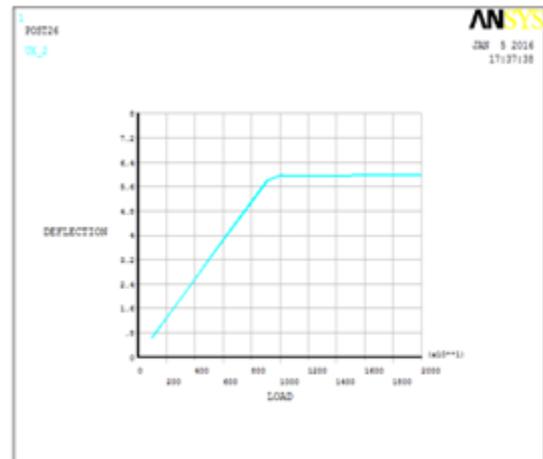


Figure 08 : Courbe charge-déplacement pour coque cylindrique pressurisée ($P_r=8\text{Mpa}$) sous chargement axial

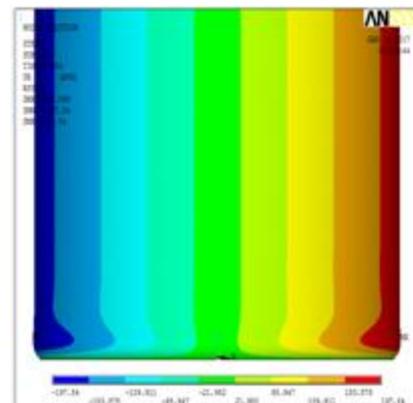


Figure 09 : Déplacement radial pour coque cylindrique sous compression axiale (avec $P \geq 8\text{Mpa}$)

3.4 Influence des imperfections géométriques sur une coque cylindrique non pressurisée sous chargement axial

Le facteur contribuant le plus à l'écart entre expérimentation et théorie est maintenant largement reconnu ce sont les imperfections géométriques initiales de la coque ([12], 2011). Ce sujet a fait l'objet de nombreuses recherches ces dernières décennies, utilisant différentes méthodes dans l'optique de pouvoir prédire précisément le comportement d'une structure en fonction des défauts présents.

Les premiers travaux dans ce domaine ont été analytiques et menés par Koiter ([18], 1945) sur le flambage d'une coque cylindrique comportant des imperfections axisymétriques de la forme :

$$w^* = A \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$$

L'introduction de cette déformation pré-critique dans les équations d'équilibre aboutie à l'expression suivante pour le calcul de la contrainte critique :

$$\left[1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{CL}}\right]^2 = \frac{3}{2} \sqrt{3(1-\nu^2)} \cdot \frac{A}{t} \cdot \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{CL}}$$

Parmi les récents travaux (Khamlichi, Bezzazi et Liman ([17], 2004)) ont proposé un défaut axisymétrique localisé de forme parabolique présenté dans la figure 10.

En l'utilisant dans notre travail avec différente amplitude $A/t = 0.5, 1$ et 2 . λ sa longueur d'onde avec $\lambda = 2\eta = 1.72\sqrt{rt}$, le défaut sera localisé dans la partie centrale de la génératrice du cylindre afin d'éviter l'interaction avec les conditions aux limites.

La variable adimensionnelle $K = \sigma_{cr}/\sigma_{cl}$, permet de comparer deux structures ayant un matériau et/ou une géométrie différentes.

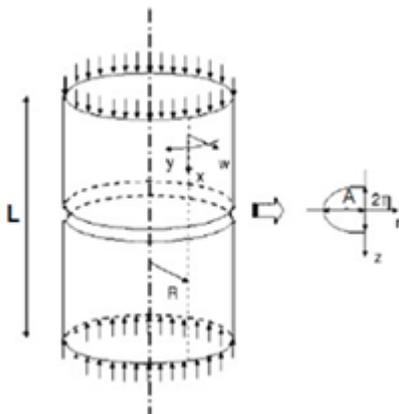


Figure 10 : Schémas d'un défaut parabolique isolé ([17], 2004)

La figure 11 présente l'évolution de la charge critique en fonction du rapport amplitude/épaisseur

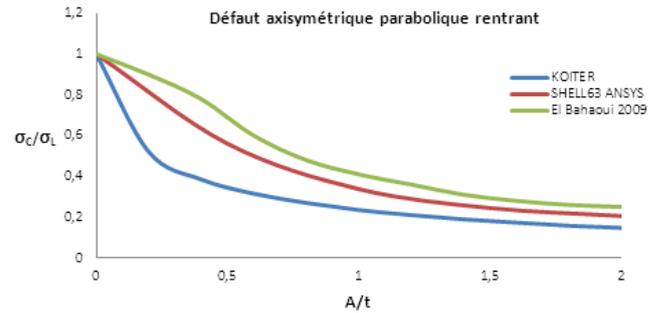


Figure 11: Evolution de la contrainte critique en fonction de l'amplitude réduite avec une imperfection géométrique initiale (A)

Les résultats trouvés nous indiquent que même de petits défauts vont diminuer la charge critique. Ainsi, pour une imperfection dont l'amplitude n'est que d'une demi épaisseur de la coque, la charge critique est réduite à 56% et à 80% pour des amplitudes de défauts équivalentes à l'épaisseur de la coque par rapport au cas parfait comme indiqué dans la figure 12. On constate en particulier que l'évolution de la charge critique en fonction de l'amplitude du défaut suit une allure similaire à la courbe de Koiter ([18], 1945) pour le cas d'un défaut théorique axisymétrique réparti sur toute la longueur de la coque. Ce type de défaut admet un effet drastique sur la capacité portante de la coque soumise à la compression axiale.

3.5 Influence des imperfections géométriques sur une coque cylindrique pressurisée sous chargement axiale

Afin de mieux comprendre l'influence de la pression interne sur une coque cylindrique avec défaut initiale sous compression axiale, Nous allons dans cette section étudier la mise en pression.

La figure ci-dessous présente la comparaison de l'évolution des contraintes critiques en fonction de différente amplitude des défauts pour coque cylindrique sans et avec pression sous chargement axial.

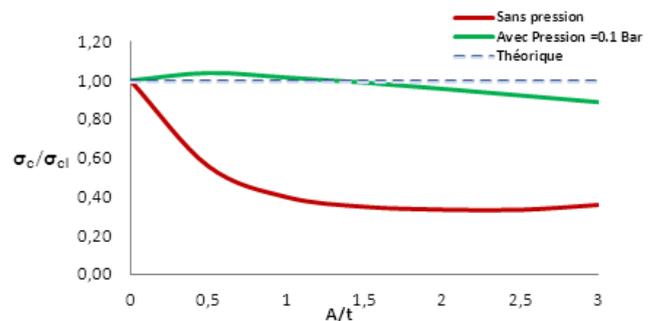


Figure 12: Coque cylindrique pressurisée avec une imperfection géométrique initiale (A) sous compression axiale

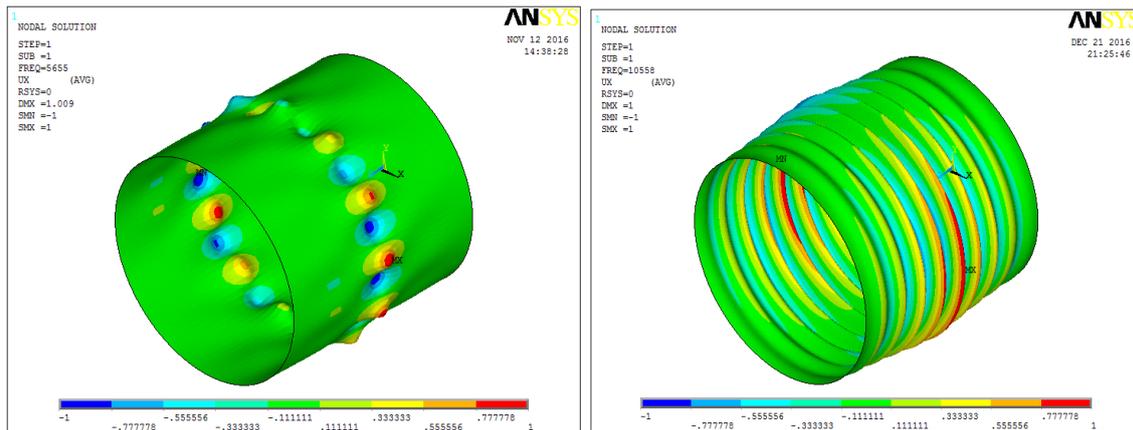


Figure 13: Mode de flambage de coque cylindre avec une imperfection géométrique initiale sous compression axiale : (a) Sans pression ;(b) Avec pression

La mise en pression augmente la charge critique dès les basses pressions avec effacement des défauts comme montré dans la figure 13. Cet effacement est relatif à la pression interne et quelle que soit son amplitude initiale. On constate aussi que la contrainte critique tend vers la contrainte classique lorsqu'on injecte des basses pressions (Figure12). Nous concluons que la pression inhibe l'effet déstabilisant des imperfections initiales, qui sont les causes principales de diminution de la charge critique.

Lorsque le cylindre n'est pas pressurisé l'imperfection provoque une chute de la capacité portante. Le gain de charge critique avec pression est rapide dans le cas purement axisymétrique.

4 CONCLUSION

Notre étude montre que la branche post-critique fortement instable d'une coque cylindre parfaite non pressurisée sous chargement axial est significativement stabilisée par la mise en pression, et le mode de flambage passe progressivement d'un mode asymétrique à un mode axisymétrique.

La déformation de pré-flambage peut donc être considérée comme une imperfection initiale axisymétrique.

Nous avons montré que la charge critique est considérablement réduite en présence des imperfections géométriques initiales dans le cas du cylindre sous compression axiale. Sous chargement axial, le cylindre présente alors une grande sensibilité aux imperfections.

Le comportement de la coque est fortement lié au rapport A/t aussi la sensibilité de la coque au flambement est étudiée en fonction de ce rapport.

D'une manière générale on note une perte considérable de rigidité de la structure due aux défauts localisés en comparaison avec la formule de la charge classique de flambement des coques en compression.

Le défaut parabolique est un défaut défavorable sur le comportement de la structure suivant la géométrie de la

coque étudiée $r/t= 250$ et $L/r=2$, cette configuration nous place dans le cas des coques minces et donc très sensibles aux défauts de formes localisées.

Ce défaut est très facilement modélisable sous ANSYS à l'aide de l'élément SHELL63.

REFERENCES

- [1] (1945) Bruhn, E.F., Test on thin-walled celluloid cylinders to determine the interactive curves under combined bending, torsion, and compression or tension loads .NACA TN 951, Washington : National Advisory Committee for Aeronautics.
- [2] (2004)Cimetière, A., Léger. A., Potier-Ferry M., Sur le flambage plastique de l'éprouvette cruciforme. C. R. Mécanique, n°332, 2004, pp. 67-72.
- [3] (2001) Clerc, P., Mesure de champs de déplacements et de déformations par stéréovision et corrélation d'images numériques. Thèse de Doctorat, Lyon : INSA de Lyon, 300p.
- [4] (1942) Crate, H., Batdorf, S.B., Baab, G.W., Effect of Normal Pressure on the Critical Compressive stress of Curved Sheet. NACA WR L258, Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 9p.
- [5] (1946) Crate, H., Batdorf, S.B., Baab, G.W., The Effect of Internal Pressure on the Buckling Stress of Thin-Walled Circular Cylinders under Torsion. NACA WR L67, Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 25p.
- [6] (1991) Limam, A., Flambage de coques cylindriques sous combinaison de chargements: pression interne et compression axiale. Thèse de Doctorat, Lyon : INSAde Lyon, 211 p.
- [7] (2006) Rotter, J.M., Elephant's Foot Buckling in Pressurized Cylindrical Shells .Stahlbau, Vol.75, pp.742-747.
- [8] (1981) Crisfield, M.A., A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles "Snap-through". Computers and Structures, Vol.13, pp.55-62.
- [9] (2009) De Vries, J., The Imperfection Data Bank and

- its Applications. Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands, 1981, 2009, 190p.
- [10] (2005) J.N. Reddy .exact solutions for buckling of structural members. by CRC Press LLC,Chap 5 pp.1-2
- [11] (1914) Southwell, R.V., On the general theory of elastic stability. Philosophical Transactions of the Royal Society, London, Series A, n°213, pp.187-202.
- [12] (2011) André Da Silva. Flambage de coques cylindriques minces sous chargements combines : pression interne, compression, flexion et cisaillement. Other. INSA de Lyon, French.
- [13] (1987) Arbocz J. Post-buckling behaviour of structures, numerical techniques for more complicated structures. Buckling and postbuckling of structures.Springer-Verlag, Berlin.
- [14] (2014) C. Mathon INSA. Flambage Sous Flexion et Pression Interne de Coques cylindriques Minces. Lyon, 2014, Thèse doctorat, pp.20-33.
- [15] (1995) Arbocz J. & All (1995). Collapse of axially compressed cylindrical shells with random imperfections. Thin-Walled Structures, n°23, pp 131-158.
- [16] (1992) Damil N., Potier-Ferry M. (1992). Amplitude equation for cellular instability. Dyn Stab Syst n°7, pp 1-34.
- [17] (2004) Khamlichi A. & All. (2004). Buckling of elastic cylindrical shells considering the effect of localized axisymmetric imperfections. Thin-Walled Structures, n°42, pp 1035-1047.
- [18] ([18], 1945) Koiter W T'' On the stability of elastic equilibrium'' PhD Thesis, 1945.in Dutch Amesterdam.TH Delft,Netherlands.
- [19] (2009) J. El Bahaouiet L. el Bakkali,“ Effet de l'interaction entre défauts localisés sur le flambage des coques cylindriques axisymétriques sous compression axiale”, 19^{ème} Congrès Français de Mécanique Marseille, 24-28 août 2009.