

LINEARISATION D'UN MODELE DE REACTEUR A BOUES ACTIVEES

S. AOUAOUA*, M.T. KHADIR*, GILLE MOUROT **, JOSE RAGOT **

*Laboratoire de Recherche en Informatique, Université de Annaba, BP 12, 23200 Sidi-Amar Algérie

aouaouda@labged.net

**Centre e Recherche en Automatique de Nancy, Nancy Université, Institut National Polytechnique e Lorraine

2, avenue de la Foret de Haye, 54516 Vanoeuvre-Nancy Cedex France

khadir@labge.net, jose.ragot@ensem.inpl-nancy.fr

RÉSUMÉ

Cet article présente une stratégie de linéarisation d'un modèle non linéaire de réacteur à boues activées. Cette stratégie a pour but d'obtenir un modèle linéaire simplifié, pour des fins d'estimation, de commande et d'analyse de stabilité. En appuyant sur un modèle initiale comportant trois variables d'états représentant respectivement : la concentration du substrat biodégradable, la concentration de la biomasse hétérotrophe et la concentration de l'oxygène dissous, une approche systématique de réduction de complexité du modèle est envisagée. Cette approche comprend essentiellement trois étapes. Dans la première étape, une analyse de sensibilité est effectuée dont le but est d'hierarchiser les variables d'états selon leurs effets sur la réponse du modèle. Par la suite, une procédure de linéarisation est appliquée, basée sur une combinaison linéaire pondérée des termes présentant des non-linéarités dans le système. Les variables identifiées comme non influentes peuvent être ignorées, le modèle s'en trouve avantageusement simplifié. Dans la dernière étape, les paramètres inconnus des termes linéaires trouvés sont identifiés en utilisant un algorithme évolutionnaire. L'avantage principal de la méthode proposée est de conserver la structure générale ainsi que l'ordre du modèle original.

MOTS-CLES : Réduction de complexité d'un Modèle, Analyse de sensibilité, Linéarisation, Algorithme évolutionnaire, Réacteur biologique.

1 INTRODUCTION

Une des principales difficultés de la modélisation d'un procédé est la détermination des réactions essentielles permettant de le décrire, tout en conduisant à une mise en équations la plus simple possible. L'obtention d'un modèle réduit permet de simplifier donc l'analyse et la simulation des systèmes et ainsi que la conception de leurs commandes. Pour les procédés à boues activées, le problème de la complexité des modèles rendent les possibilités de contrôle dans le cas pratique très limitées [1]. Le modèle standard où le principe de fonctionnement varie suivant que l'objectif est de traiter le carbone ou le carbone et l'azote et/ou le phosphore est quasiment intraitable pour des fins d'estimation et de commande en ligne. Pour vue de résoudre de tels problèmes plusieurs méthodes de simplification et de réduction ont été proposées au cours de ces dernières années. Une première tentative a été réalisée par Jeppsson et Olsson [2]. Quelques années après, Steffens et al [3] ont proposé un algorithme pour l'élimination des variables d'états, basé sur l'étude de leurs dynamiques dans le temps. Pour cela, il se base sur deux méthodes mathématiques : l'association des valeurs propres à l'état du système, et la méthode des perturbations singulières. Julien et al [4], ont obtenu un modèle simplifié composé de deux sous-modèles : un sous-modèle pour la phase aérobie, et un autre pour la phase anoxie. Dans [5] Gomez-Quintero et al,

ont proposée un modèle non linéaire réduit de quatre variables et treize paramètres. La stratégie de réduction adoptée a été appuyée sur des considérations de simplification biochimique suivie d'un groupement de paramètres. Une amélioration de ce travail a été récemment présentée par Queinnec [6] où une méthodologie de linéarisation du modèle a été détaillée. Benhalla [9] propose une linéarisation du modèle standard en vue d'étude d'interactions. Il s'agit d'une approximation linéaire des termes représentant les cinétiques de réactions. Le résultat est un modèle localement linéaire équivalent au modèle initiale. D'autres approches de réduction basées sur l'utilisation des multi modèles ont été adoptées par plusieurs travaux [10-7-8]. Dans [11] Nagy a proposé une application d'une méthode analytique de décomposition de système non-linéaire dynamique en plusieurs sous systèmes linéaires au modèle d'un réacteur à boues activées. Le modèle qui est traité dans cet article est un modèle de réacteur à boues activées réduit représentant le processus de dégradation de la pollution carbonée. Il comporte trois variables d'état (le substrat facilement biodégradable, la biomasse hétérotrophe et l'oxygène dissous). Une stratégie de linéarisation est proposée pour simplifier les complexités de ce modèle. Dans cette stratégie le modèle linéaire obtenue requière un certain nombre de spécifications. Ce

dernier doit conserver sans modification, la dimension, les entrées, les sorties et les variables d'état du modèle initial du réacteur, avec leurs interprétations biologiques. En général, les approximations utilisées dans l'approche proposée préservent la structure générale du modèle de base. La méthodologie de réduction est décomposée en trois étapes (figure.1). Premièrement, une analyse de sensibilité du modèle vis-à-vis les variables d'état est faite. Cela permet de mesurer l'influence des variables d'état sur les sorties du modèle ce qui aide à simplifier les cinétiques de réactions. Ensuite, un modèle linéaire est dérivé suite à une approximation des cinétiques de réactions non linéaires en combinaisons linéaires pondérées des variables d'intérêt. Cette approximation est basée essentiellement sur les conclusions tirées de l'analyse effectuée dans l'étape précédente. Dans la dernière étape, une procédure d'identification des paramètres inconnus intervenant dans les termes linéaires trouvés est appliquée en utilisant un algorithme évolutionnaire. L'objectif de ce travail est d'obtenir une approximation efficace et linéaire à temps invariant équivalente au modèle initial. Cela permet par la suite d'étudier plus facilement les problèmes de commande et d'analyse de stabilité.

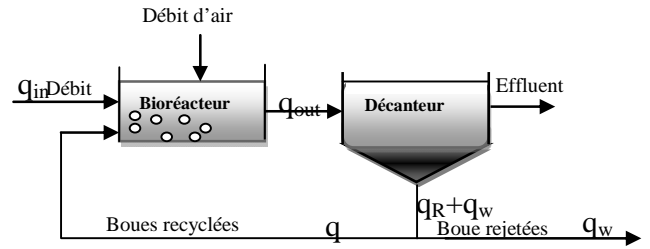


Figure 2 : Schéma d'un réacteur biologique-décanteur

Le modèle d'un réacteur à boues activées peut être représenté par le système non-linéaire suivant [12]:

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{out}(t) \\ \frac{d(V, X_{BH})(t)}{dt} = q_{in}(t) X_{BH,in}(t) - q_{out}(t) X_{BH,out}(t) + r_H V(t) \\ \frac{d(V, S_S)(t)}{dt} = q_{in}(t) S_{S,in}(t) - q_{out}(t) S_{S,out}(t) + r_S V(t) \end{cases} \quad (1)$$

Où la signification des variables est comme suit : V est le volume du réacteur, X_{BH} : la concentration de la biomasse hétérotrophe, S_S : la concentration du substrat rapidement biodégradable et S_O : la concentration de l'oxygène dissout. q est le débit d'effluent et q_a est le débit d'oxygène. Les indices *in* et *out* correspondent respectivement à l'entrée et à la sortie du réacteur.

r_H, r_S et r_O , représentant les cinétiques des réactions de la biomasse hétérotrophe X_{BH} , du carbone S_S , et respectivement de l'oxygène S_O en milieu hétérotrophe et aérobie, sont modélisés par :

$$\begin{cases} r_H = \mu_H \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} - b_H X_{BH} \\ r_S = \frac{1}{Y_H} \mu_H \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} - (1-f)b_H X_{BH} \\ r_O = \frac{Y_H - 1}{Y_H} \mu_H \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} \end{cases} \quad (2)$$

Les différents coefficients intervenant dans (1) et (2) sont: $S_{O,sat} = 10 [g / m^3]$ (Concentration de saturation de l'oxygène), $K_S = 20 [g / m^3]$, $K_{OH} = 0.2 [g / m^3]$

(Constante de demi-saturation), $Y_H = 0.6 gDCO / m^3$ et $f = 0.1$ (taux de conversion des différents produits dans les différents processus réactionnels (croissance ou mortalité). $b_H = 0.4 [1 / 24h]$ et $\mu_H = 3.733 [1 / 24h]$ (Coefficient cinétique hétérotrophe). $K = 2.3 [1 / m^3]$ (Gain du régulateur en oxygène). Sous l'hypothèse d'homogénéité du réacteur, on a les contraintes suivantes :

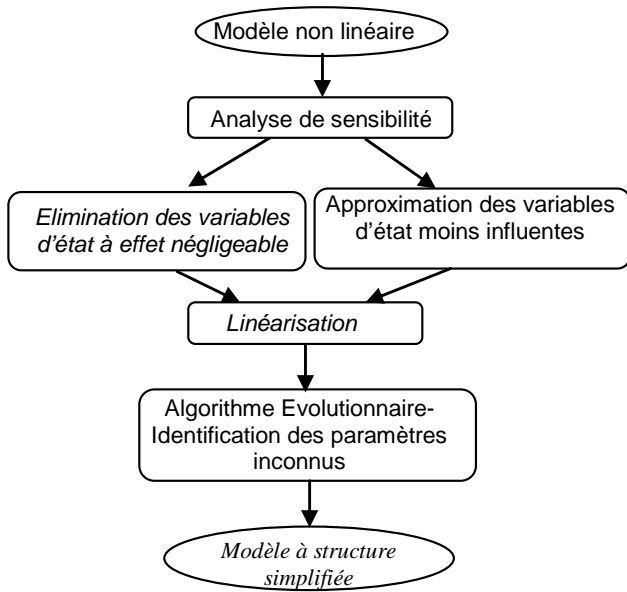


Figure 1: Méthodologie de Simplification du modèle.

2 MODÈLE DU RÉACTEUR BOUES ACTIVÉES

Le procédé de traitement à boues activées reste le système le plus couramment utilisé dans le cas du traitement des eaux usées urbaines. L'épuration biologique des eaux usées a lieu dans les réacteurs biologiques. Dans cette section, le modèle réduit d'un réacteur à boues activées est présenté (pollution carbonée considérée). L'élimination biologique de la pollution carbonée s'effectue au sein de deux unités principales: un réacteur biologique et un décanteur ou clarificateur placés en série (figure 2).

$$\begin{cases} X_{BH,out}(t) = X_{BH}(t) \\ S_{S,out}(t) = S_S(t) \\ S_{O,out}(t) = S_O(t) \end{cases} \quad (3)$$

Le système (1) devient alors :

$$\begin{cases} \dot{V} = q_{in} - q_{out} \\ \dot{X}_{BH} = r_H - \frac{q_{in}}{V}(X_{BH} - X_{BH,in}) \\ \dot{S}_S = r_S - \frac{q_{in}}{V}(S_S - S_{S,in}) \\ \dot{S}_O = r - Kq_a(S_{O,sat} - S_O) - \frac{q_{in}}{V}(S_O - S_{O,in}) \end{cases} \quad (4)$$

Si on remplace les quantités r_H, r_S et r_O par leurs expressions (2). Et si on considère que le volume V est constant, alors le système (1) devient :

$$\begin{cases} \dot{X}_{BH} = -\frac{q_{in}}{V}(X_{BH} - X_{BH,in}) + \mu_H \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} \\ \dot{S}_S = -\frac{q_{in}}{V}(S_S - S_{S,in}) - \frac{\mu_H}{Y_H} \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} \\ \dot{S}_O = -\frac{q_{in}}{V}(S_O - S_{O,in}) + Kq_{a,out}(S_{O,sat} - S_O) \\ - \frac{1 - Y_H}{Y_H} \mu_H \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} \end{cases} \quad (5)$$

Dans la suite le vecteur des états et le vecteurs de commandes sont définis par :

$$X = \begin{bmatrix} X_{BH} \\ S_S \\ S_O \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} X_{BH,in} \\ S_{S,in} \\ q_a \end{bmatrix} \quad (6)$$

Analyse de Sensibilité

L'analyse de sensibilité consiste à étudier l'impact de variabilité des entrées du modèle sur la variabilité de sa sortie. En effet cette analyse permet d'affirmer sur la fidélité du modèle au processus qu'il modélise, tout en répondant aux questions suivantes [13-14]:

- Quelles sont les variables qui contribuent le plus à la variabilité de la réponse du modèle?.
- Quelle sont également les variables les moins influentes, dont leurs effet sont suffisamment négligeables.
- Quelles variables interagissent avec quelles autres?

Il existe deux types de contribution d'un variable d'entrée à la variation de la sortie : une contribution marginale appelée effet élémentaire, correspondant à son influence seule et une contribution collective due à ces interactions avec les autres variables d'entrées. La somme de toutes ces contributions est appelée effet total [15]. Les méthodes

d'analyse de sensibilité se divisent en trois classes : les méthodes de screening, présentées par Saltelli et al [13], les méthodes d'analyse locale [14] et les méthodes d'analyse de sensibilité globale [17].

Le but de cette section est d'appliquer l'analyse de sensibilité au modèle d'un réacteur à boues activées afin de dévoiler les possibilités de la réduction de ce modèle. Dans un premier temps nous décrirons les indices de sensibilité utiles. Par la suite nous illustrons nos propos en appuyant sur quelques méthodes choisis.

2.1 Indice de sensibilité

Afin d'identifier les variables d'entrées les plus importantes d'un modèle, une méthode plus efficace a été proposée par Sobol [16], basée sur la décomposition de la variance du modèle. Les indices de sensibilité de Sobol nécessitent uniquement une hypothèse d'indépendance des variables d'entrées.

Considérons $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_p)$ un modèle à une sortie et à p entrées indépendantes. Sobol [16] montre qu'il est toujours possible de décomposer la sortie de la manière suivante :

$$Y = f_O + \sum_{i=1}^p f_i(X_i) + \sum_{i=1}^p \sum_{j>i}^p f_{ij}(X_i, X_j) + \sum_{i=1}^p \sum_{j>i}^p \sum_{k>j}^p f_{ijk}(X_i, X_j, X_k) + \dots \quad (7)$$

En effet, il est possible de montrer que la variance de la sortie peut s'écrire :

$$V(Y) = V(E(Y / X_i)) + E(V(Y / X_i)) \quad (8)$$

Où $V(\cdot)$ dénote la variance, et $E(\cdot)$ l'espérance mathématique conditionnée. $V(E(Y / X_i))$ est un indicateur de l'importance de la variable d'entrée X_i . Plus la variable X_i sera très influente, plus cette quantité sera grande. Les indices de sensibilité d'ordre deux définis par:

$$S_{ij} = \frac{V(E(Y / X_i X_j)) - E(V(Y / X_i)) - E(V(Y / X_j))}{V(Y)} = \frac{V_{ij}}{V} \quad (9)$$

Expriment la sensibilité de la variance de Y à l'interaction des variables X_i et X_j . Lorsqu'il existe une interaction entre les variables d'entrées, la relation entre la variable de sortie considérée et les variables d'entrées sera fortement non linéaire. Dans ce cas une grande part de la variance de la sortie est due à ces interactions. L'indice de sensibilité total en conditionnant par rapport à $X_{\square i}$ est défini de la manière suivante :

$$S_{Ti} = \frac{V(E(Y / X_{\sim i}))}{V(Y)} \quad (10)$$

Où $X_{\sim i}$ signifie que toutes les variables d'entrées sont connues sauf X_i . En effet une variable ayant un indice total faible a un effet négligeable sur la sortie, peut être fixée à une valeur quelconque dans son domaine de variation, sans conséquence sur la prédiction du modèle. L'estimation de ces indices est faite par des méthodes stochastiques telles que la méthode de Sobol ou FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Test) [13-14].

2.2 Sensibilité du modèle vis-à-vis les variables d'état

Les méthodes de Sobol et FAST sont appliquées pour une analyse des effets élémentaires et totaux de chaque variable d'entrée S_S , S_O et X_{BH} sur les sorties considérées en adoptant une distribution de probabilité triangulaire pour chaque variable d'entrée dans son domaine de variation. Les calculs numériques d'indices de sensibilité ont été réalisés en utilisant l'interface Eikos [20] sous Matlab. Les résultats obtenus sont exposés par les tableaux 1,2. Il est clair que :

Pour la concentration de la biomasse en sortie X_{BH} , la concentration de l'oxygène S_O a un effet négligeable car ses indices sont très faibles. Par contre les concentrations du substrat S_S et de la biomasse X_{BH} ont des valeurs considérables (valeurs en gras) d'où les deux variables sont influentes et ces effets sont considérés non linéaires liées à des interactions avec les autres variables d'entrées.

La concentration de substrat S_S est très influée par la concentration de la biomasse X_{BH} avec un effet relativement linéaire (valeurs en gras), tandis que la concentration de l'oxygène S_O a un effet presque négligeable sur la concentration du substrat S_S .

La concentration de l'oxygène dissous S_O quand à elle est très influée par la variable S_O en entrée, avec un effet totalement linéaire, de plus les concentrations du substrat S_S et de la biomasse X_{BH} ont les deux un effet négligeable sur la concentration de l'oxygène S_O .

Tableau 1 : Résultats de l'analyse de Sobol (SI : indice principal ; TSI : indices total)

	X_{BH}		S_S		S_O	
	SI	TSI	SI	TSI	SI	TSI
S_O	0.0450	0.0440	-0.0478	0.0391	1.7245	0.9838
S_S	0.4293	0.3793	0.0518	0.4431	-0.0347	0.0089
X_{BH}	0.3085	0.6961	1.4477	1.0245	-0.1778	0.0568

Tableau 2: Résultats de l'analyse par la méthode FAST

	X_{BH}		S_S		S_O	
	SI	TSI	SI	TSI	SI	TSI
S_O	0.0008	0.0447	0.0027	0.0254	0.9796	0.9982
S_S	0.3723	0.3839	0.0031	0.4273	0.0013	0.0188
X_{BH}	0.6106	0.6424	0.9752	0.9978	0.0020	0.0218

3 OBTENTION D'UN MODÈLE LINÉAIRE

Cette section est consacrée à la linéarisation du modèle réduit non linéaire du réacteur à boues activées. En appuyant sur les informations tirées de l'analyse de sensibilité concernant les propriétés intrinsèques des variables du modèle (la pertinence d'une variable par rapport à une autre). Les non linéarités présentés sous forme de produits des variables d'état ou produits états variables de commande ont été remplacés par des sommes de termes linéaires de ces variables. Cette méthode a l'avantage d'éviter la destruction de la structure du modèle non-linéaire original. Les équations du modèle non linéaire sont rappelées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{X}_{BH} = -\frac{q_{in}}{V}(X_{BH} - X_{BH,in}) + \mu_H \rho_1 - b_H X_{BH} \\ \dot{S}_S = \frac{q_{in}}{V}(S_S - S_{S,in}) - \frac{\mu_H}{Y_H} \rho_2 - (1-f)b_H X_{BH} \\ \dot{S}_O = -\frac{q_{in}}{V}(S_O - S_{O,in}) + K q_a S_{O,sat} - K \rho_4 - \frac{1-Y_H}{Y_H} \mu_H \rho_3 \end{cases} \quad (11)$$

Avec les processus non-linéaires :

$$\begin{cases} \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \frac{S_S}{K_S + S_S} \cdot \frac{S_O}{K_{OH} + S_O} X_{BH} \\ \rho_4 = q_a S_O \end{cases} \quad (12)$$

Nous linéarisons le système (11-12) et nous basant sur les considérations suivantes :

Les non-linéarités sont remplacées par des termes de types : $V_x V_y = \alpha_1 \bar{V}_x V_y + \alpha_2 V_x \bar{V}_y$ avec \bar{V}_x et \bar{V}_y des valeurs moyennes constantes des variables V_x et V_y respectivement. Les paramètres α_1, α_2 sont à estimer. Cette approximation est justifiée par le besoin de respecter en partie le caractère non-linéaire du modèle qui est détruit par des méthodes de linéarisation telle que la méthode de Taylor.

Pour les processus ρ_1 et ρ_2 la concentration de l'oxygène dissous S_0 est simplifiée du fait que son effet est négligeable sur les deux sorties du système. Elle est donc fixée à sa valeur moyenne.

Concernant le processus ρ_3 , les deux concentrations de la biomasse hétérotrophe et du substrat biodégradable n'influents pas sur la sortie S_0 , d'où leurs valeurs sont aussi fixées aux valeurs moyennes.

Les cinétiques simplifiées sont données dans le tableau.3.

Tableau 3 : Cinétiques des processus du modèle linéaire

Processus	Expression simplifié
ρ_1	$\frac{\bar{S}_0}{K_{OH} + \bar{S}_0} (a_1 \bar{S}_0 \bar{X}_{BH} + a_2 \bar{X}_{OH} \bar{S}_S)$
ρ_2	$\frac{\bar{S}_0}{K_{OH} + \bar{S}_0} (b_1 \bar{S}_0 \bar{X}_{BH} + b_2 \bar{X}_{OH} \bar{S}_S)$
ρ_3	$\frac{\bar{X}_{BH}}{K_{OH} + \bar{S}_0} \frac{\bar{S}_S}{K_S + \bar{S}_S} \cdot \bar{S}_0$
ρ_4	$c_1 \bar{S}_0 q_a + c_2 \bar{q}_a \bar{S}_0$

Les cinétiques des processus ayant été simplifiées, le modèle linéaire peut être décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (13)$$

Où $x = [X_{BH} \ S_S \ S_0]^T$ est le vecteur de variables d'états, et $u = [X_{BH-in} \ S_{S-in} \ q_a]$, est le vecteur des entrées. C est la matrice d'identité, et $y = [X_{BH} \ S_S \ S_0]^T$ est le vecteur de sorties. Le débit d'entrée q_{in} est considéré comme constant dans cette analyse. Les matrices A et B sont données par :

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{q_{in}}{V} - b_H + a a_1 \bar{S}_S & a a_2 \bar{X}_{BH} & 0 \\ b b_1 \bar{S}_S - (1-f) b_H & -\frac{q_{in}}{V} + b b_2 \bar{X}_{BH} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{q_{in}}{V} + c + K c_2 \bar{q}_a \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & K c_1 \bar{S}_0 + K S_{O,sat} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$a = \mu_H \frac{\bar{S}_0}{K_{OH} + \bar{S}_0}, b = -\frac{\mu_H}{Y_H} \frac{\bar{S}_0}{K_{OH} + \bar{S}_0}$$

$$c = \frac{1-Y_H}{Y_H} \mu_H \left(\frac{\bar{X}_{BH}}{K_{OH} + \bar{S}_0} \frac{\bar{S}_S}{K_S + \bar{S}_S} \right)$$

L'ensemble de paramètres inconnus θ du modèle linéaire (13) est composé par : $\theta = \{a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2\}$

Une méthode d'identification de ces paramètres est détaillée dans la section suivante.

4 IDENTIFICATION PARAMÉTRIQUE DU MODÈLE LINÉAIRE

Dans cette section on s'intéresse à l'optimisation paramétrique d'une structure linéaire. Pour cela un algorithme évolutionnaire a été choisi. Une des raisons qui ont motivé ce choix est qu'à partir d'une initialisation aléatoire des paramètres, l'algorithme permet à la fois d'estimer et d'optimiser ces valeurs.

4.1 Algorithme évolutionnaire

Les algorithmes évolutionnaires sont une classe de stratégies d'optimisation réalisant un compromis équilibré et raisonnable entre l'exploration et l'exploitation de l'espace de recherche [18-19].

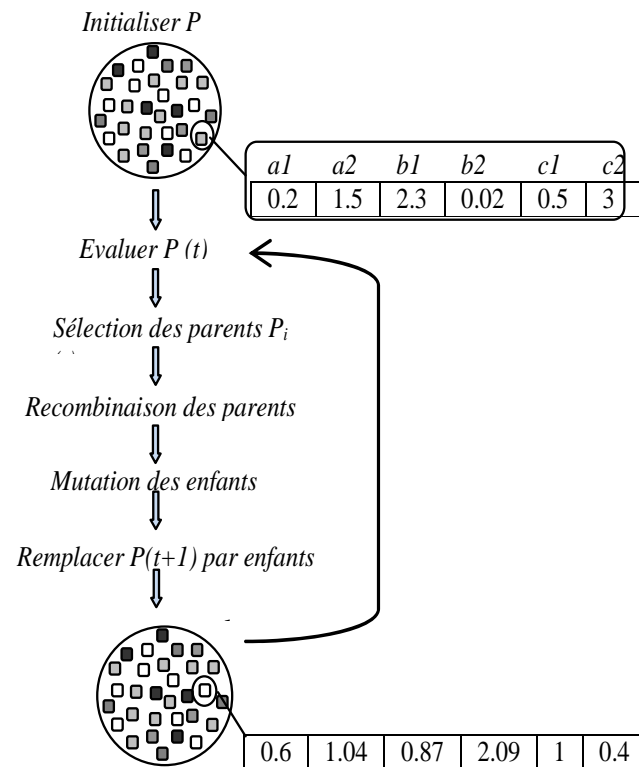


Figure 3 : Structure d'un algorithme évolutionnaire

Leur fonctionnement repose sur une heuristique très simple basée sur une minimisation d'une fonction objective. La figure 3 illustre la structure générale d'un algorithme évolutionnaire.

L'identification de l'ensemble des paramètres de chaque processus $\rho_i, i = 1, 2, 4$ est effectuée indépendamment des autres processus. La proposition de l'algorithme d'optimisation des paramètres est comme suit :

L'objectif (fonction d'évaluation) : la méthode d'optimisation que nous avons choisie est basée sur la minimisation du critère quadratique défini par :

$$MSE = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (y_L^i(\theta, t) - y^i(t))^2 \quad (14)$$

Avec N est l'horizon d'observation, et θ représente le vecteur des paramètres à identifier. $y_L(t)$ est la sortie approximée du modèle linéaire, et $y(t)$ celle du modèle non linéaire. Un codage réel est employé pour les chromosomes de la population, cela permet de conserver la structure du problème.

Opérateur de croisement : le croisement max-min arithmétique [18] est considéré.

Opérateur de mutation : un opérateur de mutation uniforme est adopté avec une probabilité de 0.2.

Opérateur de sélection : la roue de sélection ainsi que l'élitisme qui assure le choix du meilleur individu de la génération précédente sont considérés.

4.2 Résultats de simulation

Pour forcer l'identification vers un ensemble admissible, des valeurs initiales approximatives des paramètres ont été calculées préalablement en utilisant les expressions du tableau 3, ainsi que les informations disponibles sur le processus au régime de fonctionnement statique. Ce chromosome est injecté dans la population initiale afin de garantir la convergence de l'algorithme vers une solution minimale globale. Les paramètres du modèle linéaire obtenus après optimisation sont présentés sur le tableau 4.

Tableau 4: Paramètres du modèle linéaire

Paramètre	Valeur identifiée
a_1	0.015
a_2	0.0273
b_1	0.060
b_2	0.150
c_1	0.690
c_2	0.775

Les simulations ont été effectuées pour les conditions initiales suivantes:

$$(X_{BH}(0), S_S(0), S_O(0))^T = (800, 2.5, 5)^T$$

Le volume est donné en m^3 et le débit en $m^3 / jours$. La figure 4 montre l'évolution des entrées appliquées.

La figure 5 illustre l'approximation des variables d'états X_{BH}, S_S, S_O du modèle non linéaire réduit du réacteur à boues activées. La solution du modèle linéaire (trait discontinu), la solution du modèle de référence (trait continu). Les courbes de la concentration du substrat biodégradable et celle de l'oxygène dissous montrent une très bonne concordance entre les deux modèles. Il est clair que les performances du modèle linéaire sont très satisfaisantes, bien que la concentration de la biomasse hétérotrophe apparaisse légèrement sur-évaluée par le modèle linéaire.

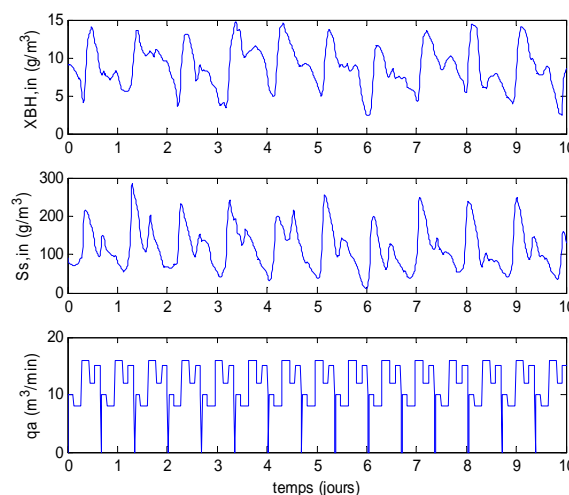


Figure 4 : Evolution des entrées du système

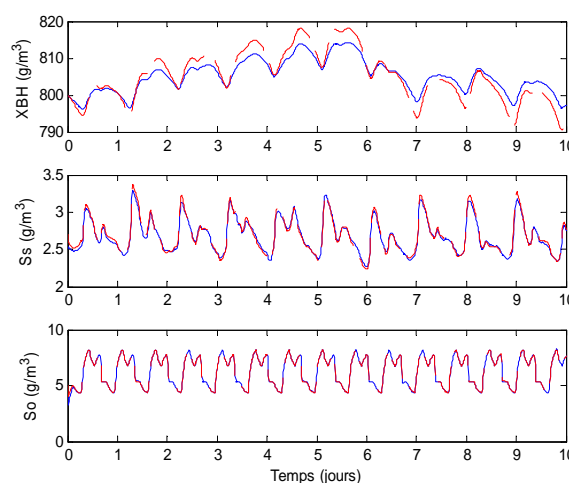


Figure 5 : Les sorties du modèle linéaire (---) et celle du modèle non linéaire (—)

5 CONCLUSION

Dans ce travail une stratégie de linéarisation a été appliquée au modèle d'un réacteur à boues activées. Cette stratégie a permis d'obtenir un modèle réduit linéaire à temps invariant, tout en préservant l'interprétation biologique des variables d'états ainsi que l'ordre du modèle originale. La stratégie proposée a été effectuée en trois étapes : premièrement une analyse de sensibilité du modèle vis-à-vis les variables d'états a été réalisée. Puis une approche de linéarisation basée essentiellement sur les conclusions tirées de l'étape précédente a été développée. Dans cette approche une approximation des cinétiques de réactions non linéaires a été présentée afin d'éviter la destruction de la structure générale du modèle de base. Des simulations ont montrées que la perte de précision de la solution du modèle en faisant ce type d'approximation n'était pas significative par rapport à la diminution de la complexité du modèle. Finalement les paramètres spécifiques aux approximations linéaires ont été identifiés par un algorithme évolutionnaire. La bonne performance du modèle linéaire a été montrée pour des conditions opératoires diverses. Le modèle linéaire obtenu pourrait être utilisée grâce à ses propriétés particulières, pour l'estimation d'état et ses applications au diagnostic de fonctionnement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Gómez-Quintero, "Modélisation et estimation robuste pour un procédé boues activée en alternance de phases. PhD Thesis". Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 2002.
- [2] U. Jeppsson, G. Olsson, "Reduced order models for on-line parameter identifications of the activated sludge process", *Water Science Technology*, Vol.28, No.11/12, pp.173–183, 1993.
- [3] M.A. Steffens, P.A. Lant, R.B. Newell, "A systematic approach for reducing complex biological wastewater treatment models", *Water Research*, Vol.31, No.3, pp. 590–606, 1997.
- [4] S. Julien, P. Lessard, JP. Babary, "A reduced order model for control of a single reactor activated sludge process", *Math Comp Modell Dyn Syst*, Vol. 5, No.4, pp.337–350, 1999.
- [5] C. Gómez-Quintero, I. Queinnec, M. Spérandio, "A reduced linear model of an activated sludge process", In: *International IFAC Symposium on Computer Applications in Biotechnology (CAB)*, Nancy, France, 2004.
- [6] I. Queinnec, C. Gómez-Quintero, "Reduced Modeling and State Observation of an Activated Sludge Process", *Biotechnol. Prog.* Vol.25, No.3, pp.654-666, 2009.
- [7] I.Y. Smets, J.V. Haegebaert, R. Carrette, J.F. Van Impe, "Linearization of the activated sludge model ASM1 for fast and reliable predictions", *Water Res.*, Vol.37, pp.1831–1851, 2003.
- [8] I.Y. Smets, L. Verdickt, and J. Van Impe. "A linear ASM1based multi-model for activated sludge systems", *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, Vol.12, No.5, pp.489–503, 2006.
- [9] A. Benhalla, M. Houssou, M. Charif, "Linearization of the full activated sludge model No 1 for interaction analysis", *Bioprocess Biosyst Eng*, DOI 10.1007/s00449-009-0404-z, 2010.
- [10] M. Smith, T.A. Johansen, "Multiple model approaches to modelling and control", Taylor & Francis, London, 1997.
- [11] A.M. Nagy, G. Mourot, J. Ragot, "Systematic Multimodeling Methodology Applied to an Activated Sludge Reactor Model", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol.49, No.6, pp. 2790–2799, 2010.
- [12] A.M. Nagy, G. Mourot, J. Ragot, "Modélisation d'un réacteur à boues activées à l'aide de multimodèles", 3èmes Journées Doctorales en Hydrologie Urbaine, October 14-15, Nancy, France, 2008.
- [13] A. Saltelli, K. Chan, and E.M. Scott, editors. "Sensitivity analysis". Wiley, 2000.
- [14] J. Jacques, "Contributions à l'analyse de sensibilité et à l'analyse discriminante généralisée", Thèse de l'Université Joseph Fourier, 2005.
- [15] S. Tarantola, D. Gatelli, T.A. Mara, "Random balance design for the estimation of first order global sensitivity indices", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 91, pp. 717-727, Juin 2006.
- [16] I.M. Sobol, "Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models", *Mathematical Modelling and Computational Experiments*, vol.1, pp. 407–414, 1993.
- [17] B. Iooss, M. Ribatet, "Global sensitivity analysis of computers models with functional inputs", *Reliability Engineering & System Safety*, in press, 2009.
- [18] J. Casillas, O. Cordón, J. Maria and F. Herrera, "Genetic Tuning of fuzzy rule Deep structures preserving interpretability and its interaction with fuzzy rule set reduction", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 5, Feb. 2005.
- [19] A. Bonarini, "Evolutionary Learning of Fuzzy Rules: Competition and Cooperation". W. Pedrycz, editor, *Fuzzy Modelling: Paradigms and Practice*, Kluwer Academic Press, pp.265-284, 1996.
- [20] P.A. Ekstrom, "A Simulation Toolbox for Sensitivity Analysis in Matlab", *Proceedings of The 2nd International Conference on Radioactivity in the Environment in Nice, France*, ISBN 82-90362-21-8, pp. 361-364, 2-6 October 2005.