

MODELISATION DES POUTRES EN BETON ARME PAR DES ELEMENTS MULTICOUCHES

Mourad KHEBIZI, Hamza GUENFOUD, Mohamed GUENFOUD

Laboratoire de Génie Civil et d'Hydraulique, BP 401 Guelma, Algérie.
mourad_gc@yahoo.fr

RÉSUMÉ

Dans ce travail, nous présentons une méthode de modélisation des structures en béton armé à l'aide des éléments poutres multicouches obéissant au comportement unilatéral de Laborderie. Cette modélisation est capable de décrire le comportement endommageable du béton et celui de la plasticité de l'acier. Deux exemples d'applications sont présentés. Les résultats numériques obtenus, sont en concordance très favorable avec ceux obtenus par l'expérience et d'autres modèles numériques de la littérature.

MOTS CLÉS: modélisation numérique, poutres multicouches, endommagement, béton armé.

1 INTRODUCTION

La modélisation des structures en béton armé est un problème d'actualité. Les méthodes de calcul conventionnelles ou celles que donnent les réglementations actuelles ne suffisent pas à donner une représentation fiable de la relation charge-déformation, de l'état de fissuration, de la résistance et du mode de rupture des structures. L'analyse des ces structures nécessite souvent le recours aux méthodes numériques telle que la méthode des éléments finis.

L'objectif de ce travail est de présenter une méthode de modélisation fiable simplifiée des structures en béton armé par des éléments poutres multicouches dont l'endommagement des matériaux est pris en considération par la loi unilatéral de Laborderie (Laborderie 1991).

2 MODÈLE D'ENDOMMAGEMENT POUR LE BÉTON (MODÈLE UNILATÉRAL)

Le modèle unilatéral (Laborderie 1991) est adapté à la description du comportement endommageable généré par la création de microfissures (abaissement des raideurs) et le fonctionnement lié, au cours de cycles, à leur refermeture (unilatéralité). Deux variables d'endommagement scalaire sont utilisées, l'une en traction $D1$, l'autre en compression $D2$, agissant sur la rigidité des matériaux et générant des déformations permanentes. Le comportement uniaxial résultant est donné figure 1 et les lois constitutives sont données ci-après.

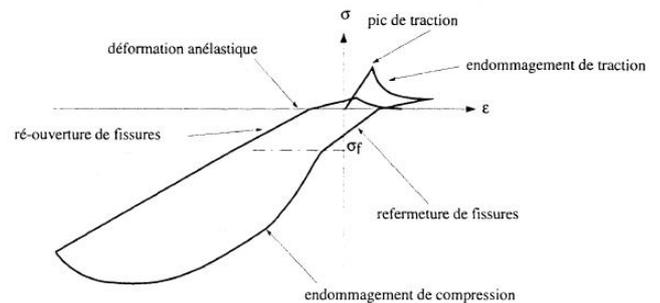


Figure 1: réponse en traction-compression du modèle de béton (σ_f : contrainte de refermeture des fissures)

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$$

$$\varepsilon^e = \frac{\sigma^+}{E_0(1-D_1)} + \frac{\sigma^-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\nu}{E_0}(\sigma - (Tr \sigma)I)$$

$$\varepsilon^p = \frac{\beta_1 D_1}{E_0(1-D_1)} \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} + \frac{\beta_2 D_2}{E_0(1-D_2)} I$$

E_0 : le module de Young initial ;

ν : Coefficient de Poisson.

$\sigma = \sigma^+ + \sigma^-$, avec σ^+ et σ^- respectivement « tenseur

des tractions » et « tenseur des compressions ».

D_1, D_2 sont respectivement les variables d'endommagement de traction et de compression (Leur évolution entre 0 (matériau sain) à 1 (matériau rompu) est liée à l'énergie élastique locale).

β_1 et β_2 sont des constantes dont la valeur est liée à l'évolution des déformations permanentes.

$f(\sigma)$ est la fonction de l'ouverture-fermeture des fissures.

σ_f : la contrainte de refermeture de fissures.

3 LE COMPORTEMENT DE L'ACIER

Le modèle de plasticité 1D utilisé pour les aciers est à écrouissage cinématique. Celui-ci peut être linéaire ou non selon la qualité des informations dont nous disposons sur les armatures utilisées.

4 DISCRÉTISATION

Nous utilisons dans ce travail des éléments poutres type multicouches dont la matrice de raideur est calculée à l'aide d'une discrétisation de la poutre selon la hauteur en couches successives superposées (figure 2). La sommation de ces couches permet le calcul de la raideur d'une manière correcte et la prise en compte des variations du comportement. L'hypothèse cinématique de Bernoulli (les sections restent planes et perpendiculaires à l'axe neutre) confère aux différentes couches un comportement uniaxial. Ceci permet de traiter les comportements locaux à travers des lois uniaxiales, pour le béton et l'acier, attribuées à chaque couche. Le calcul des efforts anélastiques s'effectue grâce à une méthode d'itération basée sur la raideur sécante initiale.

Un traitement particulier est réservé aux couches comprenant simultanément du béton et d'acier. Le comportement des couches mixtes (Figure 1) est homogénéisé par la loi de mélange permettant ainsi de calculer la contrainte de la couche au prorata de chaque matériau :

$$\sigma_{couche} = (1 - A)\sigma_{béton} + A\sigma_{acier}$$

Tel que A : représente l'aire relative d'acier au sein de la couche renforcée.

L'adhérence acier-béton est supposée parfaite (déformation identique sur les deux matériaux à leur frontière).

$$\varepsilon_{béton} = \varepsilon_{acier}$$

$$E = (1 - C_{a/b}) \times E_{béton} + C_{a/b} \times E_{acier}$$

$$\varepsilon_{anél} = (1 - C_{a/b}) \times \varepsilon_{anél.béton} + C_{a/b} \times \varepsilon_{anél.acier}$$

$$C_{a/b} = \frac{A}{B}$$

E : représente le module de Young homogénéisé (acier + béton).

$C_{a/b}$: représente le taux surfacique de ferrailage.

A : représente l'aire relative d'acier au sein de la couche renforcée.

B : représente l'aire relative de béton au sein de la couche renforcée.

$\varepsilon_{anél.béton}$: représente la déformation anélastique de béton.

$\varepsilon_{anél.acier}$: représente la déformation anélastique d'acier.

$\varepsilon_{anél}$: représente la déformation anélastique homogénéisé de la couche renforcée (acier+ béton)

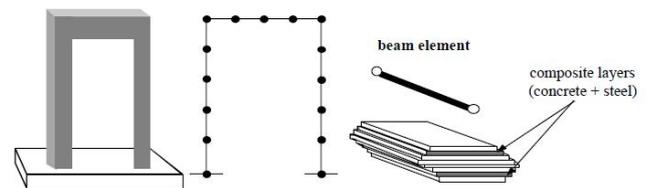


Figure 2: principe de la discrétisation par éléments poutres multicouches.

5 APPLICATION

Afin de mettre en évidence nos résultats obtenus avec la modélisation par des éléments multicouches, on utilise le benchmark MECA. Il s'agit d'une poutre de section rectangulaire en béton renforcée par des aciers (figure 3), soumise à une flexion 3 points avec chargement statique d'intensité croissante appliqué au milieu de la poutre. Le même exemple a été étudié par Frédéric Ragueneau (2006).

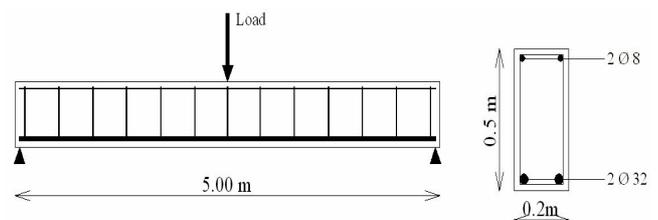


Figure 3: poutre en béton armé du MECA benchmark

Vu son élancement, la poutre MECA se comporte comme une poutre dominée par la flexion. L'influence du cisaillement est négligeable et une modélisation de type poutre multicouche de Bernoulli, avec lois de comportement uniaxial pour le béton et l'acier, est suffisante pour cette étude (Kotronis. 2000).

Le comportement du béton suit le modèle d'endommagement de Laborderie (loi de comportement unilatérale). Les caractéristiques mécaniques et physiques considérées pour le béton sont représentées dans le tableau 1

Table 1: Caractéristiques utilisées pour le modèle de comportement de Laborderie (Moulin.2012)

Module de Young	37272 E6 Pa
Masse volumique	2400 kg/m ³
Seuil d'endommagement en traction	310 Pa
Seuil d'endommagement en compression	7000 Pa
Paramètre d'endommagement en traction	9e-3 Pa-1
Paramètre d'endommagement en compression	5.30e-6 Pa-1
Paramètre pour la traction	1.20
Paramètre pour la compression	2.00
Activation de la déformation permanente en traction	1.00e6 Pa
Activation de la déformation permanente en compression	-40e6 Pa
Contrainte de refermeture des fissures	3.50e6 Pa

Le comportement de la l'acier est supposé élastoplastique à écrouissage cinématique avec un module de Young de 200 000 MPa et une limite d'élasticité égale 400 MPa.

La figure 4 représente le modèle numérique 2D de la poutre MECA, effectué par la présente modélisation. La poutre est modélisée par 10 éléments poutres à 2 nœuds avec 2 points d'intégration, la section de chaque élément est discrétisée par 10 couches superposées, dont 8 en béton seul et 2 comprenant simultanément du béton et de l'acier.

La figure 5 représente une comparaison de la réponse charge-flèche entre notre simulation numérique et l'expérience extrait des travaux effectués par Ragueneau (2006). Cette figure représente également une comparaison entre notre simulation numérique et le modèle de Ragueneau (2006).

Notre modélisation donne dans l'ensemble des résultats comparables avec ceux de modélisation de Frédéric Ragueneau.2006 d'une part et les résultats expérimentaux d'autre part (figure 5). Cependant, les légères différences entre les résultats peuvent être imputables à un effet de maillage de la section de la poutre.

La première partie de la courbe charge-déplacement établi par la présente modélisation, est linéaire jusqu'à une force de 45000 N. cette force est atteinte pour un déplacement de 2.04mm. La raideur de la poutre est alors de $45000/0.00204=22080471.1\text{N/m}$. La fin de la phase linéaire indique l'apparition de la première fissure de flexion. Dans la deuxième partie de la courbe, le béton est dans le domaine non linéaire mais les armatures n'ont pas encore plastifié. Chaque changement de la pente correspond à une fissure donc à une redistribution des efforts dans la poutre. La plastification des aciers se produit pour un déplacement de 0.01719m, la force correspondante est de 220000 N.

La figure 6 eprésente la carte d'endommagement de traction à la fin du chargement

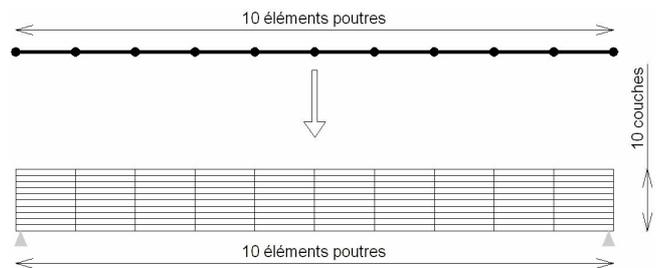


Figure 4: Discretisation de la poutre MECA en éléments multicouches

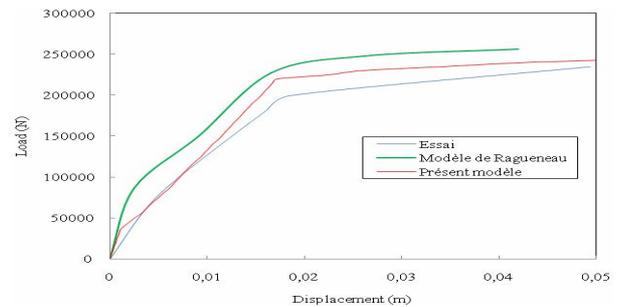


Figure 5: Courbe charge-flèche de la poutre MECA

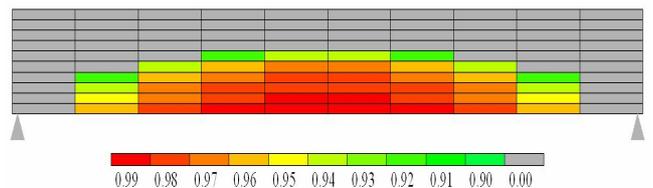


Figure 6: Carte d'endommagement de traction «D1» pour une flèche de 0.01719m.

Nous avons également modélisé la même poutre avec un déplacement imposé appliqué à mi-travée (figure 7). La poutre est modélisée par 16 éléments poutres à 2 nœuds et 2 points d'intégration, la section de chaque élément est discrétisée par 20 couches superposées, dont 18 en béton seul et 2 comprenant simultanément du béton et de l'acier (figure 8).

Le comportement du béton suit le modèle d'endommagement de Laborde (loi de comportement unilatérale). Les caractéristiques du béton sont représentées dans le tableau 1.

Le comportement de l'acier est élastoplastique avec écrouissage cinématique, dont le module de Young est de 200 000 MPa et une limite d'élasticité égale 400 MPa.

Une comparaison de notre simulation avec celle de Moulin (2012) réalisée par des éléments poutres multifibres (code-Aster), a été établie

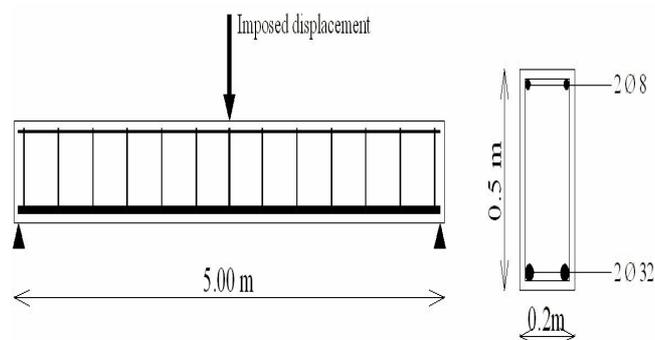


Figure 7 : poutre en béton armé du MECA benchmark

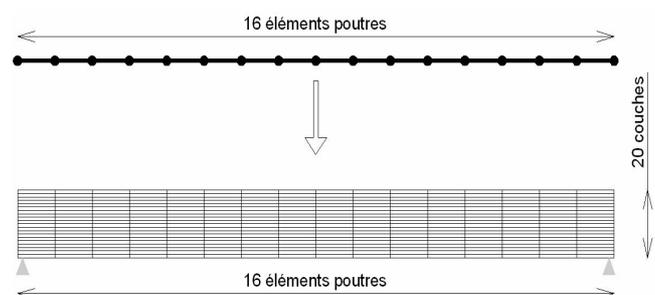


Figure 8: Modèle numérique de poutre

L'évolution de la réaction d'appui en fonction de la flèche à mi-travée est présentée sur la figure 9. En comparaison avec les résultats de Moulin (2012), on remarque une très bonne cohérence entre les deux résultats.

La carte d'endommagement de traction à la fin du chargement est représentée sur la figure 10. L'indicateur d'endommagement varie entre 0 et 1. En filtrant ces valeurs entre 0.9 et 1, nous supprimons les microfissures afin d'obtenir une image des macro-fissures. La poutre est principalement endommagée en partie inférieure

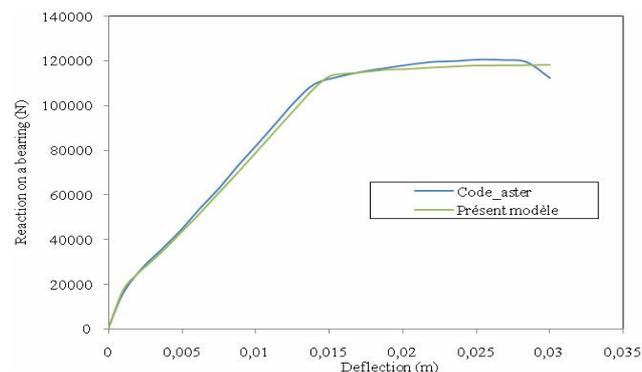


Figure 9: Réaction sur un appui, en fonction de la flèche à mi-travée

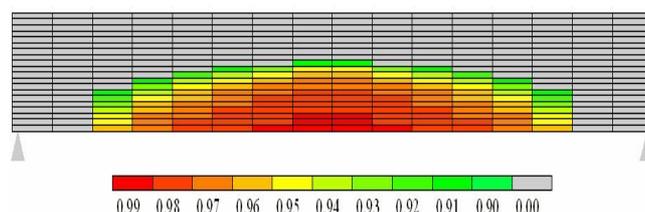


Figure 10: Carte d'endommagement de traction « D_1 »

6 CONCLUSIONS

Une modélisation simple du comportement non linéaire des structures en béton armé est présentée. Elle utilise des éléments poutres multicouches obéissant à l'hypothèse de Bernoulli pour conférer aux différentes couches un comportement uniaxial. Elle permet également la description de l'état d'endommagement des structures au cours d'un chargement.

Deux exemples d'applications ont été présentés. Le premier est celui d'une poutre soumise à une flexion 3 points avec chargement statique d'intensité croissante appliqué à mi-travée (Benchmark MECA), le deuxième étant celui d'une poutre soumise à une flexion 3 points avec un déplacement imposé à mi-travée. A la lumière de ces exemples nous avons remarqué :

- Une très bonne cohérence entre les résultats de nos simulations et l'expérimentation.
- Une bonne concordance entre les résultats de nos modèles numériques et ceux d'autres modèles numériques de la littérature.
- L'analyse non linéaire reflète fidèlement le comportement des structures en bétons armés.

RÉFÉRENCES

- [1] Belmoden Y, 2004, simulation par élément finis multicouche du comportement des structures en béton armé. revue de mécanique appliquée et théorique. Vol 1,6. 425-445.

- [2] Kotronis P, 2000, cisaillement dynamique de murs en béton armé. Modèles simplifiés 2D et 3D, Thèse de Doctorat de l'école normale supérieure de CACHAN.
- [3] Kotronis P, 2005, A simplified modelling strategy for R/C walls satisfying PS92 and EC8design, *Engineering Structures* 27 (2005) 1197–1208.
- [4] Laborderie C, 2003, Stratégies et Modèles de Calculs pour les Structures en Béton. Thèse d'habilitation à diriger les recherches, Laboratoire de Sciences Appliquées au Génie Civil, Institut supérieur Aquitain du Bâtiment et des Travaux Publics, Faculté des Sciences et Techniques de la Côte Basque, Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- [5] Matallah M et Laborderie C, 2007, Modélisation numérique de l'ouverture des fissures dans les structures en béton, 25e rencontres de l'AUGC, 23-25 mai 2007, Bordeaux. France
- [6] Matallah M et Laborderie C, 2009, Inelasticity-damage-based model for numerical modeling of concrete cracking. *Engineering Fracture mechanics* 76 (2009) 1087-1108.
- [7] Mazars J, RAGUENEAU F, Kotronis P, 2001, La simulation numérique, la simulation physique, 2 approches complémentaires pour l'analyse des effets des risques naturels : le cas des séismes. XV^{ème} congrès français de mécanique. nancy 3 – 7 septembre 2001.
- [8] Moulin S, 2012, SSNL119- Réponse statique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire, Code_Aster, Manuel de validation, fascicule V6.02 : statique non linéaire des structures linéaires. 01 /08/2012.
- [9] Ragueneau F, 1999, Fonctionnement dynamique des structures en béton – Influence des comportements hystérétiques locaux, thèse de doctorat de l'école normale supérieure de CACHAN.1999.
- [10] Ragueneau F, 2006, comportements endommageants des matériaux et des structures en béton armé, mémoire d'habilitation à diriger des recherches de l'université Pierre et Marie Curie (Paris 6).