

Renforcement des poutres FGM par des plaques FRP (Cas d'imperfection de la poutre)

Fouad BOURADA¹, Khaled AMARA^{1*}, Mohamed BOURADA²

¹Centre Universitaire Belhadj Bouchaib Ain Témouchent-Algérie

²Laboratoire des Structures et Matériaux Avancés dans le Génie Civil et Travaux Publics,
Université de Sidi Bel Abbès, Algérie

*Email: amara3176@yahoo.fr

ABSTRACT

This work presents a method for determining the elastic shear and peel stresses in an adhesive joint between a strengthening plate and functionally graded beam (FGB). The beam is assumed to be isotropic with a constant Poisson's ratio and exponentially-varying elastic modulus through the beam thickness.

The effect of physical imperfection was introduced through a coefficient α which tends to reduce the value of Young modulus of beam FG.

An analytical solution is proposed on the basic beam theory; several numerical examples are presented and discussed emphasizing the effect of different parameter governing the evolution of the interface stress.

Keywords: Adhesive stress – FGB Beam – Strengthening.

1. Introduction

Dans ce travail, nous nous intéressons à la détermination des contraintes d'interface d'une poutre FGM renforcée par une plaque FRP (ou bien en Acier).

Lors des processus de fabrication des matériaux FGM, des imperfections sous forme de porosité matérielle peuvent surgir et conduisent à la modification des propriétés mécaniques des pièces fabriquées à partir de ces matériaux [1-3].

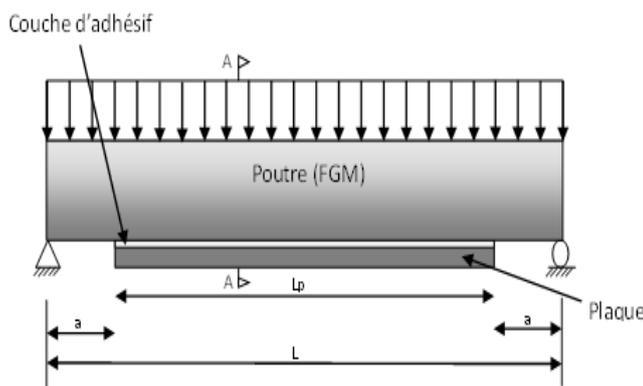


Figure 1-a: Poutre FGM renforcée par une plaque FRP

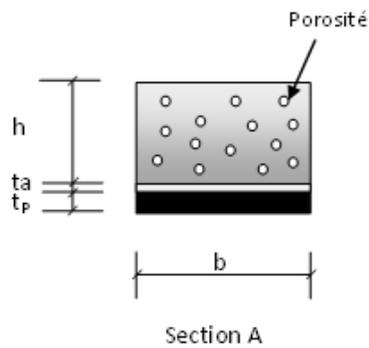


Figure 1-b: section A de la poutre FGM renforcée par une plaque FRP.

Dans ce qui suit, un modèle analytique basé sur la compatibilité des déformations sera proposé pour le calcul des contraintes d'interface d'une poutre FGM renforcée par des plaques FRP [4-8].

2. Modèle analytique pour le calcul des contraintes d'interface des poutres FGM

2.1. La théorie des poutres d'Euler Bernoulli pour les poutres FGM

Dans ce paragraphe l'hypothèse de section plane qui reste plane après déformation développé par Euler Bernoulli sera retenue. Pour cela, nous supposons que il n'y a pas un changement d'épaisseur c.à.d. le déplacement w est indépendant de z [9].

L'expression de déplacement peut être écrite de la manière suivante :

$$u(x, y) = u_0(x) - z \frac{dw}{dx} \quad \text{et} \quad w(x, z) = w_0(x) \quad (1)$$

Où u_0 et w_0 sont les composantes de déplacement du plan moyen suivant la direction x et z respectivement.

A partir de l'hypothèse de petite perturbation, le tenseur de déformation linéaire de green-Lagrange s'écrit comme suit :

$$\varepsilon_x = u_x^0(x) - z w_{xx}^0(x) = \varepsilon_0 + z k \quad (2)$$

La composante de déformation (équation 2), est reliée à sa contrainte correspondante par la relation constitutive suivante :

$$\sigma(x) = E(z) \varepsilon_x \quad (3)$$

Le module d'élasticité est supposée varier de façon continue à travers l'épaisseur de la poutre et est donné par:

$$E(z) = (E_U - E_L) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + E_L - (E_U + E_L) \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

Où n est l'indice matériel et E_0 est le module de Young à mi-hauteur de la poutre FGM ($z = 0$).

α est un coefficient qui tient compte de la porosité pour $\alpha=0$, la poutre est considérée comme parfait.

2.2. Les contraintes de cisaillement d'interface

La contrainte de cisaillement au niveau de la couche d'adhésif peut être exprimée par :

$$\tau_a(x) = \frac{G_a}{t_a} [u_p(x) - u_b(x)] \quad (5)$$

Où G_a , t_a , u_b et u_p représente le module de cisaillement, l'épaisseur de l'adhésif, le déplacement longitudinal à la base de la poutre FGM, et déplacement longitudinal au sommet de la plaque FRP, respectivement. L'équation (5) peut être exprimée en termes de contraintes mécaniques de la poutre FGM, après dérivation de l'équation précédente par rapport à x on trouve :

$$\frac{d\tau_a(x)}{dx} = \frac{G_a}{t_a} [\varepsilon_p(x) - \varepsilon_b(x)] \quad (6)$$

Où

$$\frac{du_b(x)}{dx} = \varepsilon_b(x) \quad \text{et} \quad \frac{du_p(x)}{dx} = \varepsilon_p(x) \quad (7)$$

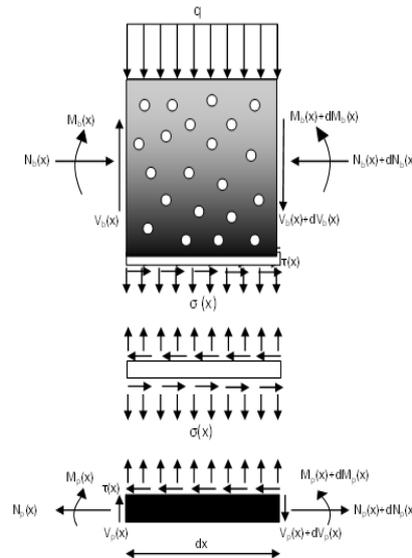


Figure 2: Un segment différentiel de la poutre (FGM) renforcée par une plaque d'acier.

Où E_p , A_p , I_p , t_p et b désigne respectivement le module d'élasticité, la section transversale le moment d'inertie de la plaque, l'épaisseur de la plaque, et la largeur de la poutre FGM.

Considérant l'équilibre horizontal des forces de l'élément de la poutre renforcée nous obtenons :

$$\frac{dN_b(x)}{dx} = \frac{dN_p(x)}{dx} = b \tau(x) \quad (8)$$

Où

$$N(x) = N_b(x) = N_p(x) = b \int_0^x \tau(x) dx \quad (9)$$

En supposant que la poutre et la plaque ont la même courbure, la relation entre les moments dans les deux surfaces peut être exprimée comme:

$$M_b(x) = \frac{b}{D^* E_p I_p} M_p(x) - \frac{B^*}{D^*} N_b(x) \quad (10)$$

Le moment d'équilibre de l'élément de la poutre renforcée (figure.2) est donné par :

$$M_T(x) = M_b(x) + M_p(x) + N(x) \left[\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) \right] \quad (11)$$

Le moment de flexion dans chaque adhérente, exprimée en fonction du moment total appliqué et la contrainte de cisaillement d'interface, est donné comme suit:

$$M_b(x) = \frac{b}{b + D^* E_p I_p} \left[M_T(x) - N(x) \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) + \frac{E_p I_p B^*}{b} \right) \right] \quad (12)$$

$$M_p(x) = \frac{D^* E_p I_p}{b + D^* E_p I_p} \left[M_T(x) - N(x) \left(\frac{t_p}{2} + t_a + \left(\frac{h}{2} + z_{NA} \right) + z_{NA} \right) \right] \quad (13)$$

2.3. Les contraintes normales d'interface :

L'équation différentielle régissant la contrainte d'interface normale est dérivée de cette section. Lorsque la poutre est chargée, la séparation verticale se produit entre la poutre FGM et la plaque de renforcement [9-10]. Cette séparation crée une contrainte d'interface normale dans la couche adhésive. La contrainte normale, $s(x)$ est donnée comme suit:

$$\sigma(x) = \frac{E_a}{t_a} [w_p(x) - w_b(x)] \quad (14)$$

Où $w_b(x)$ et $w_p(x)$ sont respectivement les déplacements verticaux de la poutre FGM et la plaque de renforcement. L'équilibre de la poutre FGM et la plaque est déterminé en négligeant les termes du second ordre, conduit aux relations suivantes :

Adhérent 1 (poutre):

$$\frac{d^2 w_b(x)}{dx^2} = -\frac{1}{b} B^* N_b(x) - \frac{1}{b} D^* M_b(x) \quad (15)$$

$$\frac{dM_b(x)}{dx} = V_b(x) - \tau(x)b \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] \quad (16)$$

$$\frac{dV_b(x)}{dx} = -\sigma(x)b - q \quad (17)$$

Adhérent 2 (plaque):

$$\frac{d^2 w_p(x)}{dx^2} = -\frac{1}{E_p I_p} M_p(x) \quad (18)$$

$$\frac{dM_p(x)}{dx} = V_p(x) - \tau(x)b \frac{t_p}{2} \quad (19)$$

$$\frac{dV_p(x)}{dx} = \sigma(x)b \quad (20)$$

Sur la base des équations d'équilibre ci-dessus, les équations différentielles régissant les courbures des composants (poutre FGM, plaque de renforcement), exprimées en termes de contrainte de cisaillement et normales d'interface, sont donnés comme suit:

Adhérent 1 (poutre):

$$\frac{d^4 w_b(x)}{dx^4} = -B^* \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{1}{b} D^* \left[-\sigma(x)b - q - b \left[\frac{h}{2} + z_{NA} \right] \frac{d\tau(x)}{dx} \right] \quad (21)$$

Adhérent 2 (plaque):

$$\frac{d^4 w_p(x)}{dx^4} = -\frac{1}{E_p I_p} \left[b\sigma(x) - \frac{t_p}{2} b \frac{d\tau(x)}{dx} \right] \quad (22)$$

4. Résultats et discussions

4.1. Influence de la porosité sur les contraintes d'interface

Sur la figure 3 (a et b), on présente la variation des contraintes d'interface pour une poutre FGM (AL/ AL2O3 et AL/ Ni) renforcé par une plaque CFRP. L'effet de la porosité de la poutre FGM a été pris en compte par le biais de l'introduction du coefficient α . Trois valeurs sont donc retenues ($\alpha=0, 0.1$ et 0.2). On constate que l'augmentation de l'indice de la porosité α conduit à un accroissement des contraintes d'interface. Cela peut être justifié par le fait que la porosité réduit la rigidité de la poutre.

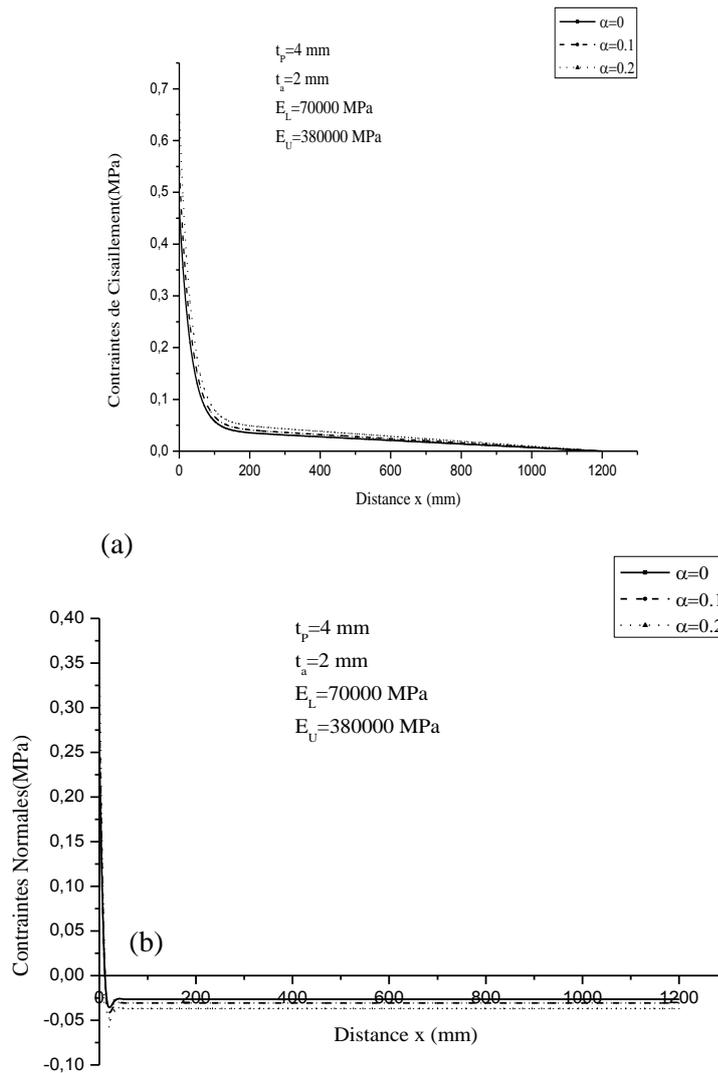
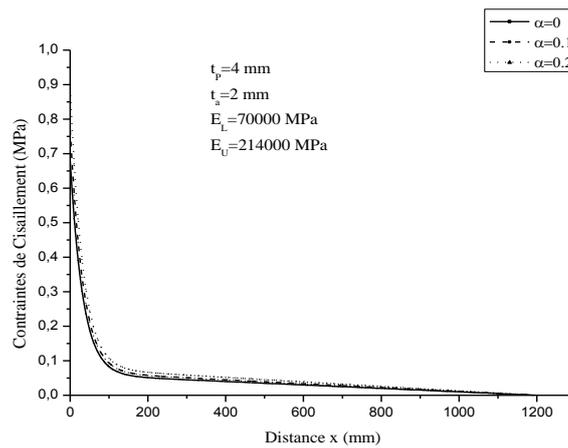
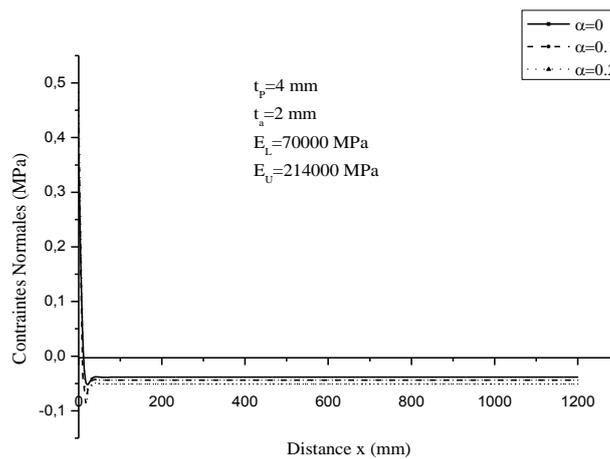


Figure 3: Influence de la porosité sur les contraintes d'interface d'une poutre FGM (Aluminium-Céramique) ((a) Contraintes de cisaillement (b) Contraintes normales).



(a)

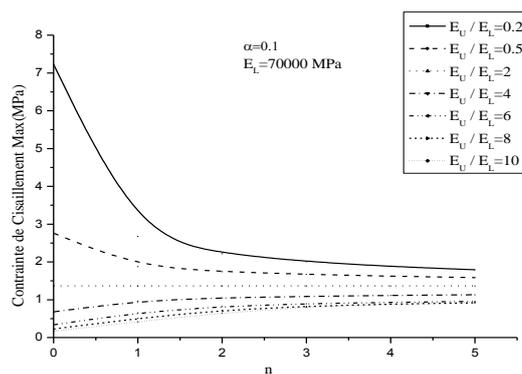


(b)

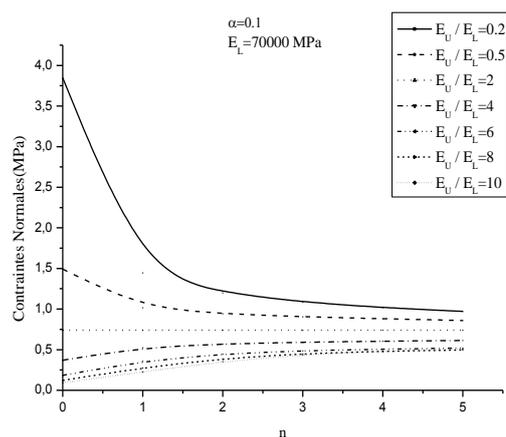
Figure 4: Influence de la porosité sur les contraintes d'interface d'une poutre FGM (Aluminium-Acier) ((a) Contraintes de cisaillement (b) Contraintes normales).

4.2. Influence du nombre de variante

Dans la figure 5 (a et b), on représente la variation des contraintes d'interface en fonction de l'indice « n » et ce pour différentes valeur du rapport (E_U / E_L) et pour $\alpha=0.1$.



(a)



(b)

Figure 5: Influence du nombre de variante de la poutre non homogène FGM Renforcée par une plaque de CFRP ((a) Contraintes de cisaillement (b) Contraintes normales).

5. Conclusions

Dans le cadre de ce travail, nous avons développé une méthode analytique directe qui détermine les contraintes d'interface d'une poutre en FGM renforcé par une plaque FRP, prenant en compte les effets de la porosité dans la poutre (cas d'imperfection de la poutre).

Une étude paramétrique a été menée par la suite dans le but de souligner les effets des différents paramètres régissant ces contraintes.

Quelques conclusions ont pu être dégagées dont on peut les résumés comme suit :

- l'augmentation de l'indice de la porosité α conduit à un accroissement des contraintes d'interface. Cela peut être justifié par le faite que la porosité réduit la rigidité de la poutre.
- Le rapport (E_U / E_L) élevé favoriser la réduction des contraintes de bords. Et une réduction significative de la concentration de ces derniers causés par l'accroissance de ce rapport.

Références

- [1] Caractérisation expérimentale et modélisation de la fissuration dans une poutre en béton armé réparée par matériaux composite. Compte rendu des 13^{ème} journées nationales sur les composites, vol.1, 2003, p.193-204
- [2] Propagation d'ondes élastiques au sein d'un guide d'ondes élastiques anisotrope à gradient unidirectionnel sous chargement fluide, *Compte Rendue Mécanique* ; 336 (9) : 722–730, 2008.
- [3] A. TOUNSI, S.A. MEFTAH, E.A. ADDA BEDIA .Approximate analysis of the interfacial stress concentrations in FRP – RC hybrid beams. *Composite Interfaces*, 2006; 13(7): 561 – 571
- [4] Analyse des contraintes d'interface dans les poutres renforcées par des plaques composites collées sous précontrainte, thèse de doctorat LM§H
- [5] A. TOUNSI, SA. MEFTAH EA. ADDA BEDIA. Creep and Shrinkage Effect on Adhesive Stresses in RC Beams Strengthened with Composite Laminates. *Composites Sciences and Technology* 2007; 67: 933 – 942
- [6] Hussain M, Sharif A, Basunbul I, Balluch M.H et Al Sulaimani G.J., “Flexural behaviour of precracked reinforced concrete beams strengthened externally gy steel plates”. *ACI Structural Journal*, 92 (1), 14-22, 1995.
- [7] Johnson R.P and Tait C.J., “The strength in combined bending and tension of concrete beams with externally bonded reinforcing plates”. *Building and Environment*, 16 (4), 287-299, 1981
- [8] Interfacial stresses in RC beams bonded with a soffit plate: A finite element study. *Construction and Building Materials* 2002;16(1):1–14.
- [9] Interfacial stresses in externally FRP plated concrete beams. *Int. J. of Adhesion & Adhesives*, 2007; 27: 207 – 215
- [10] Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate.” *Inter J Solids and Structures* 2006; 43:4154 –74.